

טופולוגיה - תרגיל מס 8

① הוכח: $L = \{(x, x) \mid x \in X\}$ קב סגורה ב- $X \times X$
 $\Leftrightarrow X$ מרחב האוסדורף.

② (משפט ד'ג' מוביל) יהי X מרחב קומפקטי, $f_n: X \rightarrow \mathbb{R}$ סדרת פונקציות רציפות ($n \in \mathbb{N}$)
 כך שיש $\forall x \in X$

$$\begin{cases} f_{n+1}(x) \leq f_n(x) \\ f_n(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 \end{cases}$$

הוכח כי $\forall \varepsilon > 0$ קיים $N \in \mathbb{N}$ כזה ש
 $\forall n > N$ $\forall x \in X$ $|f_n(x)| < \varepsilon$

③ הוכח כי $GL(n) \cong SL(n) \times GL(1)$

(כאן $GL(K) =$ הפונקציות הפיכות מסדר n , $\{A \in GL(K) : \det A = 1\} = SL(K)$)

④ הוכח: $S^1 \times S^1 \cong I^2 / \left[\begin{array}{l} (0,t) \sim (1,t) \\ (t,0) \sim (t,1) \quad \forall t \in I \end{array} \right]$ (מרחב טורוס)

⑤ הוכח: $D^2 \cong D^2 / [(x,y) \sim (-x,-y)]$

רמז: הפונקציה $\varphi(z) = z^2$ מתאימה

סימונים: $I^2 = I \times I$, $I = [0,1]$
 $D^2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$