תרגיל 6 בטופולוגיה

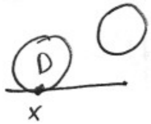
① הראו כי התכונות T_1, T_2, T_3 תורשתיות.

[כלומר, אם X בעל תכונה T_i, $Y\subseteq X$ אז Y בטופ המושרית מ- X גם הוא T_i. כאן $i\in\{1,2,3\}$.]

② הוכח כי מ"ט X הוא T_3 $\iff$ לכל נק' $x\in X$ וקבוצה פתוחה U כך ש- $x\in U$, קיימת V פתוחה כך ש- $x\in V\subseteq\bar{V}\subseteq U$.

(בדומה, יש אפיון למ"ט T_4: לכל קבוצה סגורה F וקבוצה פתוחה U כך ש- $F\subset U$, קיימת V פתוחה כך ש- $F\subset V\subset\bar{V}\subset U$).

③ טופולוגית Nemytskii:



יהי $H=\{(x,y)\mid y>0\}$ חצי מישור עליון של $\mathbb{R}^2$.

נגדיר $N=H\cup\mathbb{R}^1$ מרחב נמיצקי, כאשר הטופולוגיה עליו היא הטופ המושרית על H מ- $\mathbb{R}^2$, איחוד עם קבוצות מהצורה $D\cup\{x\}$ כש- D כדור פתוח ב- H הנושק ל- $\mathbb{R}$ בנק' $x\in\mathbb{R}$.

א. הוכח כי N מרחב האוסדורף.

ב. הוכח כי N מרחב רגולרי.

ג. מהי הטופ המושרית על $\mathbb{R}$ מ- N?

ד. הוכח כי N אינו נורמלי.