

Course title: Estimation and approximation problems over groups 0372-4013-01

Abstract: This graduate-level course deals with a few approximation problems that combine the structure of a group as their data or in their model. We divide the course material into three main parts. The first part focuses on methods for generating curves on the Lie groups (and other Riemannian manifolds) from a discrete set of data, such as a time series of positive definite matrices. In particular, we will analyze the properties of the curves and the connection with multi-scale representation methods.

The second part deals with the problem of mathematical synchronization, that is: how to estimate a vector of group elements from a subset of their (potentially noisy) ratios. This problem is related to several fundamental problems in computer vision, robotics, computational biology and more. We will present this problem under compact groups and then further study the cases of non-compact groups and other generalizations.

The third part of this course includes recovery problems in which the group elements are nuisance parameters in the data model. A primary case is the reconstruction problem in cryo-electron microscopy, in which the Euclidian group and the group of orthogonal matrices play a significant role. We will also discuss in-depth problems with similar structure but over finite groups.

שם הקורס: בעיות שיערוך וקירוב מעל חבורות 0372-4013-01

תיאור הקורס: קורס מתקדם זה עוסק בבעיות קירוב המשלבות מבנה של חבורה, בנתונים או במודל שלהם. הקורס יתחלק לשלושה חלקים עיקריים. החלק הראשון יתמקד בשיטות ליצירת עקומים על גבי חבורות לי ויריעות רימניות מתוך סט דיסקרטי של נתונים, למשל סדרת זמן של מטריצות מוגדרות חיובית. בפרט, ננתח את התכונות של העקומים הנוצרים והקשר שלהם עם שיטות ייצוג מרובות סקאלה.

החלק השני יעסוק בעיית הסינכרוניזציה המתמטית: איך משערכים קבוצה סדורה של איברי חבורה מתוך תת קבוצה של היחסים בינאריים (המורעשים) שלהם. בעיה זו קשורה לבעיות יסודיות בראייה ממוחשבת, רובוטיקה, ביולוגיה חישובית ועוד. נציג את הבעיה תחת חבורות קומפקטיות ובהמשך נתבונן בחבורות לא קומפקטיות והכללות שונות נוספות.

החלק השלישי בקורס יכלול בעיות שחזור שבהם איברי החבורה מהווים פרמטרי רוחב במודל הנתונים. בעיה קנונית היא בעיית השחזור של מולקולות ביולוגיות במיקרוסקופ אלקטרוני, בה החבורה האוקלידית וחבורת המטריצות האורתוגונליות משחקות תפקיד חשוב. בעיות שחזור דומות מעל חבורות סופיות ידונו בהרחבה גם כן.

---

סילבוס: מבוא קצר לחבורות, מבוא לשיטות קירוב לינאריות, שיטות חלוקה מעל חבורות לי ויריעות, בנייה ואנליזת התכנסות של שיטות חלוקה, גלונים והקשר לשיטות חלוקה, ייצוג רב סקאלות, בעיית הסינכרוניזציה המתמטית, סינכרוניזציה מעל חבורות קומפקטיות, חבורות קרטן וסינכרוניזציה, הרחבה לקואזי-חבורות של העתקות, בעיות יישור ברעש גבוה מעל חבורות סופיות, שיטות מבוססות שמורה של חבורה, שיטות סטטיסטיות, בעיית השחזור במיקרוסקופ אלקטרוני.