

מבחן במבוא לקומבינטוריקה ולתורת הגרפים

סמסטר ב' התשע"א, מועד א'

תאריך: 17.6.2011

מרצה: פרופ' נוגה אלון

מתרגל: פלג מיכאלי

- משך הבחינה 3 שעות.
- אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבון.
- במבחן חמש שאלות, יש לענות על כולן.
- תשובות נכונות ומלאות על ארבע מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות; תשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטייטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן. יש להקפיד ולרשום את מספר הסטודנט על טופס הבחינה.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".

בהצלחה!

	1
	2
	3
	4
	5

שאלה 1

יהא $n \geq 4$ שלם, ונסמן $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$. מהו מספר התמורות $f : [n] \rightarrow [n]$ עבורן $f(i) \neq i$ לכל $1 \leq i \leq n$ וכן $f(1) \geq 4$?

תשובה:

הוכחה:

שאלה 2

בכיתה 17 סטודנטים, ואין בה שניים באותו גובה. האם בכיתה ישנם בהכרח 3 סטודנטים, A , B ו- C , כאשר גובהו של B נמצא בין הגבהים של A ושל C (זאת אומרת, B גבוה יותר בדיוק מאחד מהם), מספר הזהות של B נמצא בין מספרי הזהות של A ושל C , וגם מספר הטלפון של B נמצא בין מספרי הטלפון של A ושל C ?

הוכיחו או תארו דוגמה נגדית.

תשובה (כן/לא):

הוכחה/דוגמה:

שאלה 3

יהא n שלם חיובי. מהו מספר הסדרות באורך n המורכבות מהספרות 0, 1, 2, 3 שבהן המכפלה של כל שתי ספרות סמוכות הנה זוגית?

תשובה:

הוכחה:

שאלה 4

נסמן ב- a_n את מספר הפתרונות למשוואה $x_1 + x_2 + \dots + x_{20} = n$, שבהם x_i שלם אי שלילי לכל $1 \leq i \leq 20$ וכן $x_i \in \{0, 1\}$ לכל $i \in \{1, 2, 3\}$ וזוגי לכל $i \in \{4, 5\}$ ו- x_6 אי זוגי.

(א) מהי הפונקציה היוצרת של הסדרה a_n ?

תשובה:

הוכחה:

(ב) מצאו נוסחה מפורשת ל a_n .

תשובה:

הוכחה:

שאלה 5

יהא $k \geq 20$ שלם. האם קיים גרף (ייתכן בעל קשתות מרובות) שקבוצת הצמתים שלו הנה

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_k\}$$

כך שדרגת הצומת v_i הנה $d(v_i) = \binom{2k+1}{i}$ לכל $1 \leq i \leq k$?

הוכיחו שלא או תארו דוגמה מתאימה.

תשובה (כן/לא):

הוכחה/דוגמה:

מסגרת "חירום" לשאלה מספר _____:

מסגרת "חירום" לשאלה מספר _____: