

תרגיל 2 – שיטות למציאת שורשים

הבהרות והנחיות:

1. בהתאם למופיע באתר.
2. את התשובות למשימות הגישו דרך קישור המטלה שבמודל, כאשר לכל משימה צרו קובץ עם שם מתאים או למשל, לקוד במשימה 1 קראו task_1.cpp.
3. בדיקת התרגילים תיעשה בעזרת הפעלה משורת הפקודה של מערכת ההפעלה (cmd). הקפידו על כתיבה מסודרת ותיעוד בהתאם לקונבנציות (אפשר להעתיק תבנית מהאתר).
מועד הגשה: עד שבועיים ממתן התרגיל (מועד מדויק מופיע במודל).

משימות

1. נתון הפולינום:

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 + 3$$

- כתבו תוכנית המוצאת את שורשי הפולינום הממשיים בקטע $[-5, 3]$ בעזרת השיטות הבאות:
- קבעו את הניחוש הראשון בעזרת bisection והמשיכו למציאת הפתרונות בעזרת ניוטון-רפסון.
 - מצאו את השורשים בעזרת שיטת החלוקה הסינטטית.
 - הציגו בסוף התוכנית את השורשים האנליטיים של המשוואה (ניתן להיעזר ב-WolframAlpha)
 - האם השגיאה בין השיטות הנומריות והחישוב האנליטי תואמת את הדיוק הנדרש?
 - צרפו להגשה גרף של הפונקציה בקטע לעיל, ניתן להיעזר ב-GnuPlot או מטלאב.

דיוק נדרש לצורך מציאת השורשים: $1e-4$ (שווה 10^{-4}).

פונקציות C שימושיות: printf (זמינות בקובץ stdio.h).
פונקציות מתמטיות שימושיות: pow (זמינות בקובץ math.h).

2. פיתוח טיילור לפונקציה בעלת שני משתנים נתון ע"י:

$$f(x + \Delta x, y + \Delta y) \approx f(x, y) + \left[\Delta x \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \Delta y \cdot \frac{\partial}{\partial y} \right] f(x, y) + \dots$$

(א) הראו כי שיטת ניוטון לחישוב סימולטני של המשוואות:

$$f(x, y) = 0 \quad ; \quad g(x, y) = 0$$

ניתנת לרישום בצורה:

$$x_{n+1} = x_n - \left(\frac{f \frac{\partial g}{\partial y} - g \frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial y} - \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y}} \right)$$

$$y_{n+1} = y_n - \left(\frac{g \frac{\partial f}{\partial x} - f \frac{\partial g}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial y} - \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y}} \right)$$

(ב) בהנחה שסעיף א' נכון, כתבו תוכנית הפותרת את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} f(x, y) = 4y^2 + 4y - 52x - 19 = 0 \\ g(x, y) = 169x^2 + 3y^2 - 111x - 10y = 0 \end{cases}$$

בעזרת שיטת ניוטון-רפסון, כאשר נקודת ההתחלה ב-2D היא $[-0.01, -0.01]$.

(ג) הציגו גרף תלת-מימדי של הפונקציה הבאה:

$$f(x, y) = \sin(4y) \cdot \cos(0.5x)$$

במלבן שתחומו: $x \in [-10, 10], y \in [-5, 5]$.

פונקציות C שימושיות: printf (זמינות בקובץ stdio.h).
פונקציות מתמטיות שימושיות: pow (זמינות בקובץ math.h).

בהצלחה!