

(14) נקבה $y = x'$ במע"ר, נקבל:

$$x^{r(r+3)(r-1)} = 0$$

$$y = \frac{c_1}{x^3} + c_2 \cdot x \quad \Leftarrow \text{הפתרון הכללי}$$

$$y(1) = c_1 + c_2 = 0 \quad (\text{נקודה קנאית התחלה})$$

$$y'(1) = -3c_1 + c_2 = 0$$

$$\Rightarrow c_1 = c_2 = 0$$

לומר $y \equiv 0$ פתרון אבסולוטי קוטי.

(ב) עליון אברוש שהפתרון יהיה מוגדר ב-0 ולכן $c_1 = 0$.

לומר $y = c_2 x$ (נשים לב שמקיים את התנאי $y(0) = 0$)

התנאי $y'(0) = 2$ נקבל $c_2 = 2$ ולכן

$y = 2x$ פתרון ב-0 קוטי.

(ג) שם, עליון אברוש $c_1 = 0$.

נעזר $y = c_2 x$ ~~ולא~~ ניקח לקיים

את התנאי $y(0) = 1$. אכן אין פתרון.

$$x = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + \dots \quad (5) \text{ נניח}$$

$$\Rightarrow \dot{x} = c_1 + 2c_2 t + 3c_3 t^2 + \dots$$

$$\ddot{x} = 2c_2 + 6c_3 t + 12c_4 t^2 + \dots$$

$$x(0) = 1 \Rightarrow c_0 = 1 \quad \text{נקודה את קנאית הטלגרף}$$

$$\dot{x}(0) = 0 \Rightarrow c_1 = 0$$

נקבה במע"ר:

$$(2c_2 + 6c_3 t + 12c_4 t^2 + \dots) - t(2c_2 t + 3c_3 t^2 + \dots) \left(1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots\right) =$$

$$= t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots$$

$$t^0: 2c_2 = 0$$

שווה מקדמים:

$$t^1: 6c_3 = 1$$

$$t^2: 12c_4 - 2c_2 = 0$$

$$\Rightarrow c_2 = 0, c_3 = \frac{1}{6}, c_4 = 0$$

$$x = 1 + \frac{1}{6} t^3 + o(t^4)$$

בסה"כ:

5 | 17 ע 7 עמ

$$\Omega = \{(x, \dot{x}, t) : x \in [-2, 2], \dot{x} \in [-1, 1], t \in [-1, 1]\} \quad \text{נרמול}$$

$$|x(t)| = \left| x(0) + \int_0^t \dot{x} dt \right| \leq |x(0)| + \left| \int_0^t \dot{x} dt \right| \leq \int_0^t |\dot{x}| dt \leq \int_0^t 1 dt = t$$

$$|x| \leq 2 \Rightarrow |t| \leq 1 \Rightarrow \varepsilon \leq 1$$

$$|\dot{x}| \leq |\sin t| + |t| |\cos t| \cdot |x| \leq 1 + 1 \cdot 1 = 2 \quad \varepsilon \leq 1$$

$$|\ddot{x}(t)| = \left| \ddot{x}(0) + \int_0^t \ddot{x}(t) dt \right| \leq \underbrace{|\ddot{x}(0)|}_{=0} + \left| \int_0^t \ddot{x} dt \right| = 2|t|$$

$$\varepsilon \leq \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} \geq |t| \Leftrightarrow |\ddot{x}| \leq 1$$

הנחה נכונה

$$\ddot{x} = \cos t + \dot{x} \cos t + t \ddot{x} \cos t - t \dot{x} \sin t$$

$$\Rightarrow |\ddot{x}| \leq 1 + 1 + 2 + 1 = 5$$

נרמול

$$\ddot{x} = -\sin t - 2\dot{x} \sin t + 2\ddot{x} \cos t + t \ddot{x} \cos t - 2t \dot{x} \sin t - t \ddot{x} \cos t$$

$$\Rightarrow |x^{(4)}| \leq 1 + 2 + 2 \cdot 2 + 5 + 2 \cdot 2 + 1 = 17$$

נרמול $|t| \leq \frac{1}{2}$ נכונה

$$|R| \leq \frac{17}{4!} t^4$$

$$\left(M = \frac{17}{24}, \varepsilon = \frac{1}{2} \right)$$