

פתרון תרגיל 1

①

$$\left| \frac{\partial F}{\partial x} \right| = | -\sin x \cdot \cos t | \leq 1$$

ואכן  $F$  איננו קונקב/קאונקב ב- $x$ .

כמו כן, אם  $(x, t) : -3 \leq x \leq -1$

$2-3t \leq x(t) \leq 2-t$  לפי כך, לפי משפט ההטוטה (כל מה שצבנו אי-שוויון חזק).

וזה כמילוי, שקיים  $t_0$  כך ש-  $x(t_0) = 2-t_0$

$\forall t \in [t_0, 2] : x(t) = 2-t$  אזי  $\rightarrow$

בסקירה לפתרון  $(\dot{x} = F(x, t) = -2 + \cos x)$

אם  $x(t) < 2-t$ , באופן קטנה  $2-3t < x(t)$

$0 = 2-3 \cdot \frac{2}{3} < x(\frac{2}{3}) < 2-\frac{2}{3} = \frac{4}{3} \leftarrow$

$T < 2 \leftarrow 0 = x(T) < 2-T$  כח"כ

$T > \frac{2}{3} \leftarrow 0 = x(T) > 2-3T$  ואם

$\frac{2}{3} < T < 2$  מסתק

③ (נסמן)  $q = 2 + \sin 3t$

$q_1 = 1, q_2 = 3$

$q_1 \leq q \leq q_2$  מתקיים

$\ddot{x} + q_1 x = 0$  או  $\cos t$  פתרון של

$\ddot{x} + q_2 x = 0$  או  $\cos t$  פתרון של

ע"י ~~המשפט~~ <sup>משפט</sup> בקטע  $[4, 8]$ , אכן לפי משפט ההטוטה

של יטורס ק"מ  $t^* \in (4, 8)$  כך ש-  $x(t^*) = 0$

חזק ע"י,  $(\sqrt{3}t)$  חוזר=אפתרון של  $\ddot{x} + q_2 x = 0$

וכן  $t \in (\sqrt{3}t)$  חוזר ע"י מרחיב בקטע  $[4, 8]$ .

$x^{**}$  אכן  $x(t)$  יש אם היוצר 3 טורגזים בקטע זה.

$x^{**}$  כי אחרת, אילו  $x(t)$  יש לפחות 4 טורגזים

אז לפי משפט ההטוטה  $x_2$  יש לפחות 3

טורגזים ב-  $(4, 8)$  (אזק בין טורגזים של  $x$ )

בהכ"כ:  $3 \leq$  מס' הטורגזים של  $x \leq 1$ .

④ נתון כי  $g_1 \leq g_2$  ולכן אם  $\alpha$  מסתדרה  
 כש  $x_1$  מסתדרה בין  $x_1$  ו  $x_2$  מסתדרה  
 כש  $x_2 = \lambda x_1$  מסתדרה  $\lambda \in \mathbb{R}$  מסתדרה  
 מסתדרה  $x_2$  מסתדרה  $\lambda$  מסתדרה  $x_2$  מסתדרה  
 מסתדרה  $x_1$  מסתדרה  $k$  מסתדרה  
 מסתדרה  $x_1$  מסתדרה  $k+n$  מסתדרה  
 מסתדרה  $x_2$  מסתדרה  $x_1$  מסתדרה  $x_2$  מסתדרה  
 מסתדרה  $x_2$  מסתדרה  $k+n-1$  מסתדרה  
 מסתדרה  $x_2$  מסתדרה  $k$  מסתדרה  $k+n-1$  מסתדרה  
 $\Leftarrow 1 \leq n$   
 $\Leftarrow x_1$  מסתדרה  $k+1$  מסתדרה