

פיתרון - מצד 2 - תרגיל 4

שאלה 3

מחול הפיתרון . פתרון קושי: $x^2 y'' + 3xy' - 3y = 0$

א. $y(1) = 0; y'(1) = 0$

ב. $y(0) = 0; y'(0) = 2$

ד. $y(0) = 1; y'(0) = 0$

פיתרון

נציב $y = x^r$ במצד: $x^2 r(r-1)x^{r-2} + 3x r x^{r-1} - 3x^r = 0$

$x^r ((r+3)(r-1)) = 0$

ולכן יוצא 0

$$y = \begin{cases} c_1 |x|^{-3} + c_2 |x| & x > 0 \\ d_1 |x|^{-3} + d_2 |x| & x < 0 \end{cases}$$

$y(0)$ מוגדר לפי רציפות כאשר $x \rightarrow 0$ אפשרי.

נשים לב שבמקרה זה ניתן להכריז את הערכים המוחלטים

ולאמר ש $x \neq 0$ $y = c_1 x^{-3} + c_2 x$. נ/ס

א) $y(1) = 0 \Leftrightarrow c_1 + c_2 = 0$; $y'(1) = 0 \Leftrightarrow -3c_1 + c_2 = 0$ ולכן $y = 0$

ב) $y(0) = 0 \Leftrightarrow c_1 = 0$; $y'(0) = 2 \Leftrightarrow (y = c_2 x)$ ולכן $y = 2x$

ג) $y(0) = 1 \Leftrightarrow c_1 = 0$ (כי אחת הפתרונות מתבטל) ולא $y = c_2 x$ אבל $y(0) = 1$ לא יכול להיות קיומו.

ולכן אין פיתרון

בצורה: את שאר הפתרונות ניתן למצוא באתר דג'ת' 2 משנת 2004