

משך הבחינה: 3 שעות

חומר מותר לשימוש: דף A4 אחד אישי הממלא בכתב יד משני הצדדים.

יש לענות על 4 שאלות בלבד ולציין את מספרי השאלות במחברת.

כל שאלה שווה ל-25 נקודות.

1.

א. (13 נק') מצא את הפתרון הכללי של $y' - \frac{1}{2} \tan(x)y = \cos(x)y^3$ ופתרון בעיית קושי עם $y(0) = 2$.ב. (12 נק') מצא את הפתרון הכללי של המשוואה $(x^2 - xy - y^2)dx + x^2dy = 0$.2. מצא פתרון בעיית קושי $\varepsilon - \varepsilon(e^{2t}y + \dot{y}^2) - \frac{1}{2}\pi$ ו $\dot{y} = 2 \arctan y + \frac{3}{2}\dot{y} \cos \varepsilon$, $y(0) = \cos \varepsilon$, $\dot{y}(0) = \varepsilon$ בקירובלינארי לגבי $\varepsilon \approx 0$ כאשר t משתנה בקטע סגור כלשהו סביב 0.3. בצע את הלינאריזציה בנקודה קריטית $y_1 = 0, y_2 = \frac{\pi}{2}$ ומצא את הפתרון הכללי של המערכת המתקבלת בשביל

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \sin(5y_1) - 2 \tan(y_1 + y_2 - \frac{\pi}{2}) \\ \dot{y}_2 = 2(y_1 + 1)^2 + \cos y_2 - 2 \end{cases}$$

4.

א. (12 נק') איזה פונקציה $y = t^2$ או $y = t^2 + 1$ יכולה לשמש פתרון פרטי למשוואה לינארית מסדר שניים $\ddot{y} + a(t)\dot{y} + b(t)y = 0$ עם המקדמים a, b רציפים בכל $\mathbf{R}$? לנמק ולתת משוואה מתאימה כאשר זה אפשרי.

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 + e^t \\ \dot{y}_2 = y_1 \end{cases} \quad \text{(13 נק') מצא את הפתרון הכללי של מערכת המשוואות}$$

5.

א. (12 נק') מה התבנית שבה מחפשים פתרון פרטי במקרים הבאים (שיטת המקדמים הלא-ידועים, נוסחה בלבד)?

$$1. \dot{y} = Ay + B(t), y \in \mathbf{R}^4, \lambda_{1,2,3,4} = 0, 1, 1+i, 1-i \quad B = \begin{pmatrix} t^2 + e^t \sin t \\ t \sin t + e^t \\ te^{3t} \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. כאשר $P(\frac{d}{dt})y = t - te^t - te^t \sin t + \sin 2t$, $y \in \mathbf{R}$, $P(s) = s^2(s^2 - 4)^3(s^2 - 2s + 2)^2(s + 1)^3$.ב. (13 נק') מצא את הפתרון לבעיית קושי $(t^2 + 1)(\ddot{y} - 2\dot{y} + y) = e^t$, $y(0) = \dot{y}(0) = 1$.

בהצלחה!