

אוניברסיטת תל-אביב

הפקולטה למדעים מדויקים

בחינה במשוואות דיפרנציאליות רגילות 1

01.02.2005

המורה: דר' א. לבנט

01-2103-0366, סמ' ב', מועד א', תשס"ה

משך הבחינה: 3 שעות

חומר מותר לשימוש: דף A4 אחד אישי הממלא בכתב יד משני הצדדים.

יש לענות על 4 שאלות בלבד ולציין את מספרי השאלות במחברת.

כל שאלה שווה ל-25 נקודות.

1.

א. (14 נק') מצא בצורה $F(x, y, C) = 0$ את מסלולים הפתרונות של

$$\begin{cases} y' = \frac{(x^2 + 1)(t^4 + 1)}{(x + 1)\ln(t^2 + 1)} \\ x' = \frac{(x - 1)(x^2 + 1)(t^4 + 1)}{(y^2 + 1)\ln(t^2 + 1)} \end{cases}$$

ב. (11 נק') פתור את המשוואה

$$\left(\frac{y}{x^2 y^2 + 1} + \sin y + 1 \right) dx + \left(\frac{x}{x^2 y^2 + 1} + x \cos y + 1 \right) dy = 0$$

2. מצא פתרון בעיית קושי $y' = \sin y - \varepsilon e^t \cos(ty)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = \varepsilon$, בקירוב לינארי לגבי $\varepsilon \approx 0$ כאשר t משתנה בקטע סגור כלשהו סביב 0.

3. מצא פתרון כללי

$$\begin{cases} y_1' = y_1 - 2y_2 \\ y_2' = 4y_1 - 3y_2 + x \end{cases}$$

4.

א. (9 נק') בצע את הלינאריזציה בנקודה קריטית $y_1 = 0, y_2 = 1$ של המערכת

$$\begin{cases} \phi_1 = \arctan(y_1 + y_2 - 1) - \cos(\pi y_2) - 1 \\ \phi_2 = \tan(y_1 y_2) + y_2^2 - 1 \end{cases}$$

ב. (16 נק') מה התבנית שבה מחפשים פתרון פרטי במקרים הבאים (שיטת המקדמים הלא-ידועים, נוסחה בלבד)?

1. $\dot{y} = Ay + B(t)$, $y \in \mathbb{R}^4$, כאשר הערכים העצמיים של A הם $\lambda_{1,2,3,4} = 0, 0, i, -i$

$$B = \begin{pmatrix} t^2 + e^t \sin t \\ t \sin t \\ te^{3t} \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. $P\left(\frac{d}{dt}\right)y = t - te^t - t \sin t + \sin 2t$, $y \in \mathbb{R}$ כאשר $P(s) = s(s^2 - 1)^3(s^2 + 4)^2(s + 2)^3$

5. מצא פתרון לבעיית קושי $t^2 y'' - 2ty' + 2y = t^3 \sin t$, $t > 0$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 2$

בהצלחה!