

תרגיל מספר 8

שאלה 1. לחשב e^{At} כאשר

$$\begin{aligned} & \text{(א)} \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{(ב)} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 7 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{(ג)} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{(ד)} \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \\ & \text{(ה)} \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -5 & 7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

שאלה 2. למצוא פתרון כללי מעל $\mathbf{R}$ ומעל $\mathbf{C}$, וגם הפתרון לבעיית קושי.

$$\begin{aligned} & \text{(א)} \quad \begin{cases} y_1(0) = 1 \\ y_2(0) = 1 \end{cases}, \begin{cases} \dot{y}_1 = 2y_1 - y_2 \\ \dot{y}_2 = 3y_1 - 2y_2 \end{cases} \quad \text{(ב)} \quad \begin{cases} y_1(0) = 2 \\ y_2(0) = -1 \end{cases}, \begin{cases} \dot{y}_1 = 5y_1 - y_2 \\ \dot{y}_2 = 3y_1 + y_2 \end{cases} \\ & \text{(ג)} \quad \begin{cases} y_1(0) = 0 \\ y_2(0) = 1 \end{cases}, \begin{cases} \dot{y}_1 = y_1 - y_2 \\ \dot{y}_2 = 5y_1 - 3y_2 \end{cases} \end{aligned}$$

שאלה 3.

האהבה של גבר ואשה תלויה אך ורק באהבתו של האחר. נסמן ב- $x(t)$ את כמות האהבה של הגבר לאשה ו ב- $y(t)$ את אהבת האשה לגבר. האהבה ההתחלתית שלהם נקבעת מהפגישה הראשונה שלהם ונתונה ע"י $x(0) = x_0, y(0) = y_0$. מהירות השינוי של אהבת הגבר פרופורציונלית ל- $y(t)$ (קבוע פרופורציה α). ומהירות השינוי של אהבת האשה פרופורציונלית ל- $x(t)$ (קבוע פרופורציה β).

א. הרכב את המשוואות של $x(t), y(t)$.

ב. תאר את אהבתו של הזוג לאחר זמן אינסופי עבור המקרים הבאים:

1. $x_0 > 0, y_0 > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ - אוהבים בהתחלה וכל אחד מתאהב מאהבתו של האחר.
2. $x_0 > 0, y_0 < 0, \alpha > 0, \beta > 0$ - הגבר התאהב בהתחלה והאשה לא ושניהם מתאהבים מאהבת חברים.
3. $x_0 > 0, y_0 > 0, \alpha > 0, \beta < 0$ - אוהבים בהתחלה, הגבר מתאהב אך האשה ככל שהיא מרגישה שאוהבים אותה יותר, היא שונאת יותר.

ג. (רשות) התבונן/י כך ובכך/ת זוגך. האם את/ה מתאהב יותר ככל שאת/ה מרגיש נאהב? ומה לגבי בן/ת הזוג? (קבעו כך את

α, β). האם בפגישה הראשונה הרגשתם שיש לה/ו את זה? והוא/י לגביך? (קבעו כך את x_0, y_0).

מצאו את עתידכם. אפשר לא לענות לסעיף הזה ☺.