

משוואות דיפרנציאליות רגילות 1

תרגיל 11

שאלה 1

מה היא הצורה שבה מחפשים פתרון פרטי למשוואות הבאות בשיטת המקדמים הבלתי ידועים?

א. $\ddot{y} - 3\ddot{y} + 3\dot{y} - y = t^2 + t \sin t - te^t$

ב. $y'' + 6y' + 13y = 1 - e^{-3t} + te^{-3t} \sin t$

ג. $y^{(4)} - 8y' = t^2 - te^{-t} \sin \sqrt{3}t + 1 + \cos t$

ד. $y^{(4)} + 8\ddot{y} + 16y = t \sin 2t - e^t$

שאלה 2

מה היא הצורה שבה מחפשים פתרון פרטי למשוואות הבאות בשיטת המקדמים הבלתי ידועים

א. $\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 + \cos 2t \\ t^2 + te^t \end{pmatrix}$

ב. $\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} te^{2t} \cos 3t \\ t^2 + e^t \end{pmatrix}$

שאלה 3

מצא את הפתרונות הכלליים של המערכות

א. $\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos t \\ t \end{pmatrix}$

ב. $\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ t + e^{-t} \end{pmatrix}$

שאלה 4

נתונה המערכת: $\vec{x}' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} \sin at \\ 0 \end{pmatrix}$. מצא בלי לפתור את המערכת את ערכי a שעבורם הפתרון חסום לכל t .

שאלה 5

א. איזה זוג פונקציות מין (t, e^t) , $(1, e^t)$ יכול לשמש פתרונות יסודיים למשוואה ליניארית הומוגנית מסדר 2 עם מקדמים רציפים? מה היא המשוואה?

ב. איזה זוג פונקציות ווקטוריות $\begin{pmatrix} \cos t \\ -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} t^2 + 1 \\ t \end{pmatrix}$ או $\begin{pmatrix} t \\ -t \end{pmatrix}$ יכול לקיים

פתרונות יסודיים למערכת של 2 משוואות ליניאריות הומוגניות מסדר 1 עם מקדמים רציפים? מה היא המערכת?