

# משוואות דיפרנציאליות רגילות

## תרגיל 11

### שאלה 1

נתונה משוואה לינארית  $x^{(n)} + a_{n-1}x^{(n-1)} + \dots + a_0x = 0$ . תנו פתרון כללי כשנתון כי שורשי הפולינום הם:

- א. 1, 2
- ב.  $3, 4, 5 \pm 6i$
- ג.  $7, 7, 8 \pm 9i, 8 \pm 9i$  (הערה: מספר הפעמים שמספר מופיע = ריבוב האלגברי שלו)
- ד.  $0, \pm 3i$

### שאלה 2

נתונה המשוואה  $x^{(n)} + a_{n-1}x^{(n-1)} + \dots + a_0x = f(t)$ . הסבירו איך מחפשים פתרון פרטי + פתרון כללי עבור שורשים של שאלה 1 עבור כל אחד מה-  $f(t)$  הבאים:

- א.  $f(t) = e^{6t}$
- ב.  $f(t) = e^{6t} \cos 2t + e^{7t} \sin 3t$
- ג.  $f(t) = t^2 e^{6t}$
- ד.  $f(t) = te^{3t} + 3t^2 e^{8t} \sin 10t$
- ה.  $f(t) = t^3$

### שאלה 3

נתונה המשוואה  $\dot{x} = Ax + F$  . הסבירו איך מחפשים פתרון פרטי  $\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix}$

עבור העי"ע של שאלה 1 עבור כל אחד מה-  $F$  הבאים:

- א.  $f_1 = e^{6t}, f_2 = 0, \dots, f_n = 0$
- ב.  $f_1 = e^{6t} \cos 2t, f_2 = e^{7t} \sin 3t, f_3 = \dots = 0$
- ג.  $f_1 = te^{6t}, f_2 = t^3 e^{6t}, f_3 = \dots = 0$
- ד.  $f_1 = 5t^2 e^{8t} \sin 10t, f_2 = t^3 + \sin 3t$ , והשאר אפסים.
- ה.  $f_1 = t, f_2 = t^2, f_3 = \dots = 1$

## שאלה 4

פתרו את המערכות+המשוואות הבאות :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^{-t} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{א.}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t^2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{ב.}$$

$$\ddot{x} + 5\dot{x} + 6x = e^{-2t} + t \cos t \quad \text{ג.}$$

$$\ddot{x} + 4\dot{x} + 5x = e^{-2t} \cos t + t \quad \text{ד.}$$

$$\ddot{x} - x = \sin t + e^t \quad \text{ה.}$$

$$\ddot{x} + x = e^{it} : \text{C} \quad \text{ו. משוואה לסיכום ב-}$$