סימון: $D = \frac{d}{dt}$ אופרטור הגזירה

~~[illegible]~~ רכיבים ג

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)y = b \in L_{\alpha \pm i\beta, k}$$

$$P\left(\frac{d}{dt}\right) = \frac{d^n}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1}\frac{d}{dt} + a_n \cdot I_0$$

$a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ אלגוריתם שלא [illegible], [illegible]

$$L_{\alpha \pm i\beta, k} = \left\{ e^{\alpha t}\cos(\beta t)\left[c_{k-1}t^{k-1} + c_{k-2}t^{k-2} + \dots + c_0\right] + e^{\alpha t}\sin(\beta t)\left[d_{k-1}t^{k-1} + d_{k-2}t^{k-2} + \dots + d_0\right] \right\}$$

$\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

$\boxed{\beta = 0 \Rightarrow \sin(\beta t) = 0,\ \cos(\beta t) = 1}$ $c_0, \dots, c_{k-1}, d_0, \dots, d_{k-1} \in \mathbb{R}$

הפתרון הכללי הוא

$$y = y_h + y_p$$

~~$\lambda = \alpha + i\beta$~~

~~$p(s) = (s-\lambda)^m (s-\bar{\lambda})^m q(s)$~~

~~$q(s+i\beta)$~~

~~[illegible]~~ y_p

$\boxed{\lambda = \alpha + i\beta}$

$$p(s) = (s-\lambda)^m (s-\bar{\lambda})^m q(s)$$

$y_p \Rightarrow$

$$q(\lambda) \neq 0,\ q(\bar{\lambda}) \neq 0$$

m הוא הריבוי של שורש λ (multiplicity)

$m > 0 \Leftarrow$ אומרים שיש רזוננס (resonance)

בכדי לפתור y_p נציע ניחוש בצורה

$$y_p = t^m e^{\alpha t}\left[\cos(\beta t)\left(c_{k-1}t^{k-1} + c_{k-2}t^{k-2} + \dots + c_0\right) + \sin(\beta t)\left(d_{k-1}t^{k-1} + d_{k-2}t^{k-2} + \dots + d_0\right)\right]$$

בנוסף, הכי אי-אפשר
להוריד אף איבר בגוף הימין

(77) מעל $\mathbb{C}$ הכול כללי $a_1 \dots a_n \in \mathbb{C}$

$$P\left(\frac{d}{dt}\right) y = b \quad , \quad b \in L_{\lambda,k} \quad , \quad \lambda \in \mathbb{C}$$

$$L_{\lambda,k} = \left\{ e^{\lambda t}\left[c_1 + c_2 t + \dots + c_k t^{k-1}\right], \; c_1 \dots c_k \in \mathbb{C} \right\}$$

$$y = y_h + y_p \quad , \quad y_p = t^m e^{\lambda t}\left[d_1 + d_2 t + \dots + d_k t^{k-1}\right]$$

צריך למצוא $d_1, d_2, \dots, d_k$

$P(s) = s^2 + 1 \; , \; \lambda = \pm i$

שיטה

$$\ddot{y} + y = t^2 e^{it}$$

i שורש פשוט $, m = 1$

$$y = \underbrace{c_1 e^{it} + c_2 e^{-it}}_{\tilde{c}_1 \cos t + \tilde{c}_2 \sin t} + y_p \qquad c_1, c_2 \in \mathbb{C}$$

$\tilde{c}_1, \tilde{c}_2 \in \mathbb{C}$

$$y_p = t e^{it}\left[d_1 + d_2 t + d_3 t^2\right] \quad , \quad d_1, d_2, d_3 = ?$$

צריך למצוא

שיטה

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = te^{2t} + 1 \qquad te^{2t} \in L_{2,2} \; , \; 1 \in L_{0,1}$$

$$P(\lambda) = \lambda^2 + 3\lambda + 2 = (\lambda + 2)(\lambda + 1)$$

$$\lambda_{1,2} = -2, -1$$

אין שורש 0

$$y_p = y_{p1} + y_{p2} \quad , \quad y_{p1} = e^{2t}(d_1 + d_2 t)$$

$$2d_3 = 1, \; d_3 = \tfrac{1}{2} \Leftarrow y_{p2} = e^{0 \cdot t} d_3 = d_3$$

$$y_{p1} = e^{2t}(d_1 + d_2 t)$$

$$\dot{y}_{p1} = e^{2t} d_2 + 2e^{2t}(d_1 + d_2 t) = e^{2t}(2d_1 + d_2 + 2d_2 t)$$

$$\ddot{y}_{p1} = e^{2t} \cdot 2d_2 + 2e^{2t}(2d_1 + d_2 + 2d_2 t) = e^{2t}(4d_1 + 4d_2 + 4d_2 t)$$

(78)

מציבים לפתרון המשוואה $p(\frac{d}{dt})y_{p2} = e^{2t}\cdot t$

מקדמים

$$\cancel{e^{2t}}\left(4d_1+4d_2+4d_2t+3(2d_1+d_2+2d_2t)+2(d_1+d_2t)\right)=t\cancel{e^{2t}}$$

$$\begin{array}{l|l} t^0 & \begin{cases} 4d_1+4d_2+6d_1+3d_2+2d_1=0 \\ 4d_2+6d_2+2d_2=1 \end{cases} \\ t & \end{array}$$

$$\begin{cases} 12d_1+7d_2=0 \\ 12d_2=1 \end{cases} \Rightarrow d_2=\frac{1}{12},\ d_1=-\frac{7}{12}\cdot\frac{1}{12}=-\frac{7}{144}$$

הפתרון:

$$\boxed{y=\underbrace{c_1e^{-2t}+c_2e^{-t}}_{y_h}+\underbrace{\left[-\frac{7}{144}+\frac{1}{12}t\right]e^{2t}+\frac{1}{2}}_{y_p},\ c_{1,2}\in\mathbb{R}}$$

מעל $\mathbb{R}$

מעל $\mathbb{C}$ $c_{1,2}\in\mathbb{C}$ פר

צוק הפעם! מספר פרמטרים חופשיים

כמצופה שווה לסדר המשוואה!

דוגמא נוספת בצד ימין

$$\ddot{y}+3\dot{y}+2y=e^{-t}+t,\quad e^{-t}\in L_{-1,1},\ t\in L_{0,2}$$

$\lambda^2+3\lambda+2=(\lambda+2)(\lambda+1)$

$t=e^{0\cdot t}(0+1\cdot t)$

$y_p=y_{p1}+y_{p2}$, $\quad y_{p2}=d_1t+d_2$

$y_{p1}=fte^{-t}$ $\quad \dot{y}_{p2}=d_1,\ \ddot{y}_{p2}=0$

$\dot{y}_{p1}=f(e^{-t}-te^{-t})=fe^{-t}(1-t)$

$\ddot{y}_{p1}=-fe^{-t}(1-t)-fe^{-t}=fe^{-t}(t-2)$

מציאת y_{p1}

$$\ddot{y}_{p1}+3\dot{y}_{p1}+2y_{p1}=e^{-t}$$

$$e^{-t}\left[f(t-2)+3f\cdot(1-t)+2f\,t\right]=1\,e^{-2t}$$

$$\begin{array}{c|l} t & f-3f+2f=0 \\ t^0 & -2f+3f=1 \end{array}$$

$\boxed{0=0}$ → כנ אחור לבין,
כי $p(\frac{d}{dt})$ מורידים.
מכלים ב-1!

$$\boxed{f=1}\quad,\ y_{p1}=te^{-t}$$

מציאת y_{p2}

$$\ddot{y}_{p2}+3\dot{y}_{p2}+2y_{p2}=t$$

$$3d_1+2(d_1t+d_2)=t$$

$$\begin{array}{c|l} t & 2d_1=1 \Rightarrow d_1=\frac{1}{2} \\ t^0 & 3d_1+2d_2=0 \Rightarrow d_2=-\frac{3}{2}d_1=-\frac{3}{4} \end{array}$$

$$y_{p2}=\frac{1}{2}t-\frac{3}{4}$$

$$y=\underbrace{c_1e^{-2t}+c_2e^{-t}}_{y_h}+\underbrace{te^{-t}+\frac{1}{2}t-\frac{3}{4}}_{y_p},\quad c_1,c_2\in\mathbb{R}$$

$(\mathbb{C}\ 12)$

דוגמא

$$\ddot{y}+y=\cos t\in L_{\pm i,1}\qquad +2\in L_{0,1}$$

$p(\lambda)=\lambda^2+1,\ \lambda=\pm i$
$m=1$

$$\cos t=e^{0t}[\cos t\cdot 1+\sin t\cdot 0]$$

כפול 0!

$$y_p=y_{p1}+y_{p2},\quad y_{p1}=t(d_1\cos t+d_2\sin t),\quad y_{p2}=d_3$$

$$\boxed{y_{p2}=2}$$

$$\dot{y}_{p1}=d_1\cos t+d_2\sin t+t(+d_2\cos t-d_1\sin t)$$

$$\ddot{y}_{p1}=2d_2\cos t-2d_1\sin t+t(-d_1\cos t-d_2\sin t)$$

$\ddot{y}_{p_1} + y_{p_1} = \cos t$ — מציבים y_{p1} ומקבלים

$$2d_2\cos t - 2d_1\sin t + t(-d_1\cos t - d_2\sin t) + t(d_1\cos t + d_2\sin t) = \cos t$$

$$2d_2\cos t - 2d_1\sin t = \cos t \Rightarrow d_1 = 0,\quad d_2 = \frac{1}{2}$$

$$y_{p_1} = \frac{1}{2}t\sin t$$

לסיכום:

$$\boxed{y = \underbrace{c_1\cos t + c_2\sin t}_{y_h} + \underbrace{\frac{1}{2}t\sin t + 2}_{y_p}, \quad c_1, c_2 \in \mathbb{R}}$$

(אם $c_1, c_2 \in \mathbb{C}$ אז $\in \mathbb{C}$)

[illegible]:

$$y = c_1\cos t + c_2\sin t + \frac{1}{2}t\sin t - \cos t + 2$$

גם נכון!!

דוגמא: שיטת אקספוננט מרוכבת

$$\ddot{y} + y = \cos t = \mathrm{Re}\, e^{it}$$

$$\ddot{y}_c + y_c = e^{it} \qquad \text{אם } y_c(t) \in \mathbb{C}$$

$$(\mathrm{Re}\, y_c)'' + \mathrm{Re}\, y_c = \mathrm{Re}\, e^{it} = \cos t \qquad \text{אז}$$

נבחר את [illegible]

$$\ddot{y} + y = e^{it}$$

[illegible]

$$y = \underbrace{\tilde{c}_1 e^{it} + \tilde{c}_2 e^{-it}}_{y_h} + y_p$$

$$y_p = f t e^{it}, \quad f \in \mathbb{C}$$

$y_p = fte^{it}$

$\dot{y}_p = f(e^{it} + ite^{it}) = fe^{it}(1+it)$

$\ddot{y}_p = fe^{it}(i + i(1+it)) = fe^{it}(2i - t)$

$\ddot{y}_p + y_p = e^{it}$ מציבים

$fe^{it}(2i - \cancel{t}) + \cancel{fte^{it}} = e^{it}$

$f(2i) = 1$, $f = \frac{1}{2i} = -\frac{1}{2}i$

$(1+i)(1-i) = 1 - i^2 = 1+1 = 2$

$y_p = t(\cancel{\tfrac{1}{2}} - \tfrac{1}{2}i)e^{it} = t(\cancel{\tfrac{1}{2}} - \tfrac{1}{2}i)(\cos t + i\sin t)$

$= \cancel{\tfrac{1}{2}t\cos t} + \tfrac{1}{2}t\sin t - \tfrac{1}{2}it(\cos t \cancel{+ \sin t})$

$\cancel{y = \tilde{c}_1 e^{it} + \tilde{c}_2 e^{-it} + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}i)te^{it}, \ \tilde{c}_1, \tilde{c}_2 \in \mathbb{C}}$

$\cancel{\mathrm{Re}\, y_p = \tfrac{1}{2}(\cos t + \sin t)t}$! $\mathbb{R}$ מעל

$y_p = -\frac{1}{2}ite^{it}$

$y = \tilde{c}_1 e^{it} + \tilde{c}_2 e^{-it} - \frac{1}{2}ite^{it}$, $\tilde{c}_1, \tilde{c}_2 \in \mathbb{C}$

$\ddot{y} + y = \cos t$ פתרון למשוואה

$y = c_1\cos t + c_2\sin t + \frac{1}{2}t\sin t$, $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$

$\boxed{! \ c_1, c_2 \in \mathbb{C} : \mathbb{C} \text{ מעל}}$

בנוסף, הכל אי-אפשר
להוריד אף איבר מבצע הימין

פירוק

$$P(s)=(s-1)^3(s^2+2s+5)^3(s^2+4s+5)^2$$

$\lambda=1$, $m_1=3$ $\quad$ $\lambda=-1\pm2i$, $m_2=3$ $\quad$ $\lambda=-2\pm i$, $m_3=2$

$$\boxed{P\left(\tfrac{d}{dt}\right)y=te^{-2t}\sin t}$$

הפתרון הכללי הוא

$$y=e^{t}\left[c_1+c_2t+c_3t^2\right]$$
$$+\,e^{-t}\cos 2t\left[c_4+c_5t+c_6t^2\right]+e^{-t}\sin 2t\left[c_7+c_8t+c_9t^2\right]$$
$$+\,e^{-2t}\cos t\left[c_{10}+c_{11}t\right]+e^{-2t}\sin t\left[c_{12}+c_{13}t\right]$$
$$+\,y_p(t)$$

$m+2m_2+2m_3=3+6+4=13$

$y_p(t)$ - כל פתרון פרטי, כאשר אומרים
פונקציה קונקרטית אחת צריך למצוא

היא אחת אבל לא יחידה
לפי המשפט היא קיימת בצורה

$$y_p(t)=t^2e^{-2t}\left[\cos t\,(f_1+f_2t)+\sin t\,(f_3+f_4t)\right]$$

כאשר צריך למצוא ערכים קונקרטיים בשביל $f_1,\dots,f_4\in\mathbb{R}$

$$te^{-2t}\sin t\in L_{-2\pm i,\,2}$$

הריבוי של $-2\pm i$ הוא 2

$$y=y_h+y_p$$

y_h מכיל 13 פרמטרים שרירותיים

דוגמא

ניקח אותו פולינום $p(\lambda)$

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)y = e^{t} + e^{2t} - t\sin t + e^{-t}\cos 2t$$

$L_{1,1}$ רזוננס, 3 $\quad L_{2,1} \quad L_{\pm i,2} \quad L_{-1\pm 2i,1}$ רזוננס, 3.

$$y = y_h + y_p$$

y_h נשאר אותו פתרון כללי (ומכיל 13 פרמטרים חופשיים)

y_p - פונקציה קונקרטית, שצריך למצוא

$$y_p = y_{p1} + y_{p2} + y_{p3} + y_{p4}$$

$y_{p1} = \underbrace{t^3}_{\text{רזוננס}} e^{t}\cdot \underbrace{d_1}_{\text{פולינום אם מקדם לא ידוע}}$, $d_1 = ?$ מחפשים c_1 דרך הצבת $y=y_{p1}$

$y_{p2} = d_2 \cdot e^{2t}$, $d_2 = ?$ כי אין רזוננס | מציבים $y=y_{p2}$ מוצאים c_2

$$y_{p3} = \cos t\,[d_3 + d_4 t] + \sin t\,[d_5 + d_6 t]$$

$d_3, d_4, d_5, d_6 = ?$ מציבים, מוצאים

$$y_{p4} = t^3 e^{-t}[d_7 \cos 2t + d_8 \sin 2t]$$

$d_7, d_8 = ?$ מוצאים דרך הצבת $y=y_{p4}$

לכל פתרון $P(\frac{d}{dt})\varphi(t)=0$

$\tilde{y}_p = y_p + \varphi$ גם פתרון פרטי!

$$P(\lambda) = \lambda^3(\lambda-2)^2(\lambda^2+6\lambda+10)^3(\lambda^2+1)$$ [illegible] (84)

המשוואה היא $P(\frac{d}{dt})y = b$

$$b = 1 + te^{2t} + te^{t} - e^{3t}\sin t + \cos t + \sin 2t$$

מה הוא הפתרון של $P(\frac{d}{dt})y = 0$

מעל $\mathbb{R}$, מעל $\mathbb{C}$?

~~באיזה 3 צורה,~~ איך נראה פתרון כללי

למשוואה ההומוגנית?

באיזה צורה מחפשים פתרון פרטי?

שורשים:	0	2	$-3\pm i$	$\pm i$
ריבוי m	3	2	3	1

תשובות

פתרון כללי הוא בצורה, $y = y_h + y_p$

כאשר y_h מכיל

$3+2+2\cdot 3+2 = 13$

פרמטרים חופשיים (ב $\mathbb{C}$ או $\mathbb{R}$)

מעל $\mathbb{R}$

$$y_h = c_1 + c_2 t + c_3 t^2 + e^{2t}(c_4 + c_5 t)$$
$$+ e^{-3t}\left[\cos t(c_6 + c_7 t + c_8 t^2) + \sin t(c_9 + c_{10} t + c_{11} t^2)\right]$$
$$+ e^{0t}(c_{12}\cos t + c_{13}\sin t)$$

$c_1,\dots,c_{13} \in \mathbb{R}$ מעל $\mathbb{R}$, $c_1,\dots,c_{13} \in \mathbb{C}$ מעל $\mathbb{C}$

1"

ה-13 [illegible] מעל $\mathbb{C}$!

$$y_h = \tilde{c}_1 + \tilde{c}_2 t + \tilde{c}_3 t^2 + e^{2t}(\tilde{c}_4 + \tilde{c}_5 t)$$
$$+ e^{(-3+i)t}(\tilde{c}_6 + \tilde{c}_7 t + \tilde{c}_8 t^2) + e^{(-3-i)t}(\tilde{c}_9 + \tilde{c}_{10} t + \tilde{c}_{11} t^2)$$
$$+ \tilde{c}_{12} e^{it} + \tilde{c}_{13} e^{-it} , \quad \tilde{c}_1,\dots,\tilde{c}_{13} \in \mathbb{C}$$

מציין: שורשים $\pm i$ $\quad -3\pm i$ $\quad 2$ $\quad 0$

ריבוי 1 $\quad 3$ $\quad 2$ $\quad 3$

$$b = 1 + te^{2t} + te^{t} - e^{-3t}\sin t + \cos t + \sin 2t$$

$$y_p = y_{p1} + y_{p2} + y_{p3} + y_{p4} + y_{p5} + y_{p6}$$

מעל $\mathbb{R}$: מחפשים y_{pi} בצורה (לא מרוכב!)

$$y_{p1} = d_1 t^3, \quad y_{p2} = t^2 e^{2t}(d_2 + d_3 t)$$

אותו דבר מעל $\mathbb{C}$ אבל מקדמים מרוכבים

$$y_{p3} = e^{t}(d_4 + d_5 t)$$

$$y_{p4} = t^3 e^{-3t}(d_6 \cos t + d_7 \sin t)$$

רק מעל $\mathbb{C}$

בצורה אקספ'ית מעל $\mathbb{C}$

$$y_{p4} = \tilde{d}_6 t^3 e^{(-3+i)t} + \tilde{d}_7 t^3 e^{(-3-i)t}, \quad \tilde{d}_6, \tilde{d}_7 \in \mathbb{C}$$

$$y_{p5} = t(d_8 \cos t + d_9 \sin t)$$

$d_8, d_9 \in \mathbb{R}$ (או $\mathbb{C}$)

בצורה אחרת מעל $\mathbb{C}$:

$$y_{p5} = \tilde{d}_8 t e^{it} + \tilde{d}_9 t e^{-it}$$

$$y_{p6} = d_{10}\cos(2t) + d_{11}\sin(2t)$$

$d_{10}, d_{11} \in \mathbb{R}$ (או $\mathbb{C}$)

בצורה אחרת (שקולה) מעל $\mathbb{C}$:

$$y_{p6} = \tilde{d}_{10} e^{2it} + \tilde{d}_{11} e^{-2it} \quad \tilde{d}_{10}, \tilde{d}_{11} \in \mathbb{C}$$

מערכת

רק משוואות פשוטות בכלל יהיו במבחן. אבל יכולים להיות בעיות מסוג $p(\frac{d}{dt})y = 0$

מה הוא הפתרון? (שורשים נעוצים או קל מאוד למצוא)

$p(\frac{d}{dt})y = b$

באיזה צורה מחפשים פתרון (כמו בגוזמאות)

מערכת משוואות ליניאריות

מסדר 1 לא הומוגניות עם מקדמים קבועים

בפועל נעשה אותו דבר למערכת

$$\dot{y} = Ay + B(t),\quad B(t) \in \vec{L}_{\mu, k+1}$$

$y \in \mathbb{R}^n,\quad A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ $\quad \mu = \alpha \pm \beta i$

$B(t)$ - קוואזי-פולינום וקטורי

$$\vec{L}_{\alpha\pm\beta i, k} = \left\{ \begin{array}{l} e^{\alpha t}\cos(\beta t)(c_1 + c_2 t + \dots + c_k t^{k-1}) + \\ e^{\alpha t}\sin(\beta t)(d_1 + d_2 t + \dots + d_k t^{k-1}), \end{array} \right.$$

$c_1, \dots, c_k,\ d_1, \dots, d_k \in \mathbb{R}^n$

וקטורים!

בתרגיל אני אסביר איך מקבלים נוסחאות, אין שאלות תאורטיות במבחן!

רושמים את המשוואה בצורה (87)

$$\frac{d}{dt} y = A y + B(t)$$

מטריצה יחידה

$$\left(A - \frac{d}{dt} I\right) y = -B(t) \quad , \quad I = \begin{pmatrix} I_0 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & I_0 \end{pmatrix}$$

I_0 - אופרטור שלא עושה כלום לפונקציה וקטורית

מקבלים

$$\begin{pmatrix} a_{11} I_0 - \frac{d}{dt} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} I_0 - \frac{d}{dt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

בלי להיכנס בפרטים מכפילים

את שני הצדדים במטריצה אולגרית

של מינורים אלגבריים $M\left[A - I\frac{d}{dt}\right]$

משוחלף - T

$$M[A] = \begin{bmatrix} & j & \\ \cdots & m_{ij} & \cdots \\ & \vdots & \end{bmatrix}^{T} i \quad , \quad m_{ij} = (-1)^{i+j} \det \left(\;\; \right)$$

מוחקים שורה i ועמודה j ולוקחים דטרמיננטה

ידוע: $\cancel{A} \; M[A] A = \det A \cdot I \quad \forall A:$

$$\det\left(A - \frac{d}{dt} I\right) = P\left(\frac{d}{dt}\right)$$ - פולינום אופייני של מטריצה

$$\begin{pmatrix} P(\frac{d}{dt}) y_1 \\ P(\frac{d}{dt}) y_2 \\ \vdots \\ P(\frac{d}{dt}) y_n \end{pmatrix} = \underbrace{-M\left[A - \frac{d}{dt} I\right]}_{\text{אופרטור בצורה מסדר } n} B(t)$$

מקבלים

→ קיים קוד פולינום

משפט 88

$$y = y_h + y_p$$

$$y_h = e^{At}C, \quad C \in \mathbb{R}^n$$ (או $\mathbb{C}^n$ אם מעל $\mathbb{C}$)

y_p תמיד קוואזי פולינום אם

אותו ערך עצמי $\alpha \pm \beta i$

אבל מעלתה גדלה ב-m

m - ריבוי של $\alpha \pm \beta i$ בפולינום

האופייני

$$\vec{B} \in L_{\alpha \pm \beta i, k} \Rightarrow \vec{y_p} \in L_{\alpha \pm \beta i, k+m}$$

דוגמא

$n = 3, \; p(\lambda) = (\lambda - 1)^3$ נניח

$p(\lambda) = \det(A - \lambda I), \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ למשל

(Jordan בלוק)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \\ y_3' \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} y_1 + y_2 \\ y_2 + y_3 \\ y_3 \end{pmatrix}}_{Ay} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ e^t \end{pmatrix}}_{\vec{B} \in L_{1,1}}$$

$$y = \underbrace{e^t \begin{pmatrix} 1 & t & \frac{t^2}{2} \\ 0 & 1 & t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{e^{At}} \underbrace{\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}}_{C} + y_p, \quad y_p = e^t \begin{pmatrix} d_1 + d_2 t + d_3 t^2 + d_4 t^3 \\ d_5 + d_6 t + d_7 t^2 + d_8 t^3 \\ d_9 + d_{10} t + d_{11} t^2 + d_{12} t^3 \end{pmatrix}$$

(89)

$$y_p = e^{-t}(\vec d_1 + \vec d_2 t + \vec d_3 t^2 + \vec d_4 t^3)$$

צריך למצוא 4 וקטורים קבועים של $\vec d_1, \vec d_2, \vec d_3, \vec d_4 \in R^3$

(12 מספרים!!) כלו' נורא

(*) $\dot y_p = A y_p + B(t)$ מציבים

ומשווים 12 מקדמים

כמובן מכיון של מוכבר

של יצי $n=3$ / מספרים הגבה

(משכם $\exists!$) לכן 12מ מספרים

האלה רק 3 חופשיים

אחרים פונקציות של שלושת המספרים

אחרי שמציבים לצורות 3 פרמטרים

האלה (כולו) מאפסים אותם למשל.

כל לא משהו שמשהו רואה לצלוב במקרה(ו)

בדרך כלל $B = B_1 + B_2$, $y_p = y_{p1} + y_{p2}$

דוגמא

$$\begin{pmatrix} \dot y_1 \\ \dot y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^t \\ t \end{pmatrix}, \quad y = y_h + y_p$$

$$p(\lambda) = \lambda^2 + 0 \cdot \lambda - 4 + 3 = \lambda^2 - 1, \quad \lambda_{1,2} = \pm 1$$

$\lambda = 1 \qquad (2-1)y_1 - y_2 = 0, \quad e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\lambda = -1 \qquad (2+1)y_1 - y_2 = 0, \quad e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$