17/06-2021 הרצאה 12 119

אחרונה

בסגר - הכללות של התכונות

ועולק מערכות הומוגניות

$$\dot{x} \in F(x), \quad x \in \mathbb{R}^n$$

הכללה Filippov

$\text{æ} \geq 0, \quad d_{\text{æ}} x = (\text{æ}^{m_1} x_1, \dots, \text{æ}^{m_n} x_n)$ dilation

$\deg x_i = m_i > 0$

הומוגניות: $\forall \text{æ} > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}^n \quad F(d_{\text{æ}} x) = d_{\text{æ}} \cdot \text{æ}^q F(x)$

$$d_{\text{æ}} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \quad T_x \mathbb{R}^n \to T_x \mathbb{R}^n$$

$\begin{pmatrix} \text{æ}^{m_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \text{æ}^{m_n} \end{pmatrix}$ כל אופרטור ליניארי עם מטריצה

נסתכל בהעתקה

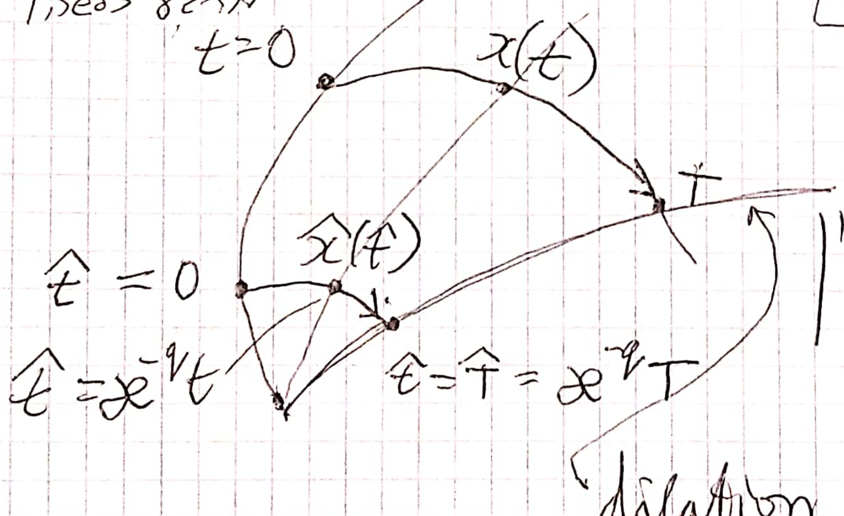
$$\underset{\hat{t}}{(t, x)} \mapsto (\underset{\hat{t}}{\text{æ}^{-q} t}, \underset{\hat{x}}{d_{\text{æ}} x}), \quad q \in \mathbb{R}$$

$\deg t = -q$

$$\frac{d\hat{x}}{d\hat{t}} = \frac{d(d_{\text{æ}} x)}{d(\text{æ}^{-q} t)} = \text{æ}^q d_{\text{æ}} \dot{x} \in \text{æ}^q d_{\text{æ}} F(x) = F(d_{\text{æ}} x)$$

$$\boxed{\dot{\hat{x}} \in F(\hat{x})}$$

אחר פתרון
מרגע כפתול
$t=0$



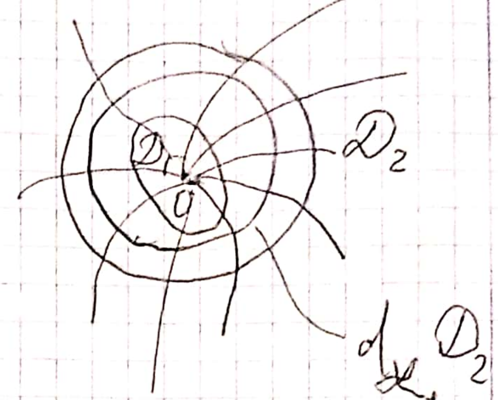
פתרון
מגיע לאפס
אבל הכנס
מתאים?

dilation orbite

120 הוכחת משפט על יציבות אסימפטוטית

$d_{\varkappa}$-retract $\mathcal{D}_2$, $\mathcal{D}_2 \xrightarrow{T} \mathcal{D}_1$

$\mathcal{D}_1 \in \text{Interior}\, \mathcal{D}_1$



$\exists\ \underset{\varkappa>0}{\underline{\varkappa<1}}: \mathcal{D}_1 \subset \mathcal{D}_2$

$\mathcal{D}_1 \subset \text{Interior}\, d_{\varkappa}\mathcal{D}_2$, $\underset{\text{retractability}}{d_{\varkappa}\mathcal{D}_2 \subset \mathcal{D}_2}$

$\Omega_k = d_{\varkappa}^{k}\Omega_0$, $\Omega_0 = \mathcal{D}_2$ (בציור

$$\Omega_{-2} \xrightarrow{\varkappa^{+2q}T} \Omega_{-1} \xrightarrow{\varkappa^{+q}T} \Omega_0 \xrightarrow{T} \Omega_1 \xrightarrow{\varkappa^{-q}T} \Omega_2 \xrightarrow{\varkappa^{-2q}T}$$

מכסים את כל $\mathbb{R}^n$,

בזמן ההתכנסות מ Ω_{k_0} ל-0 הוא

$\underline{0<\varkappa<1}$!

$$T_{conv} \le \varkappa^{-qk_0}T\left(1+\varkappa^{-q}+\varkappa^{-2q}+\dots\right) < \infty$$

ל $q<0$

משיק, כמעט

דיוק:

$\tau \geq 0$, $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$, $\varepsilon_i \geq 0$

$\dot{x} \in F(x)$ יציבות אס'

$$\dot{x} \in F\left(x(t-[0,\tau]) + \varepsilon\cdot[-1,1]\right) = F_{\tau\varepsilon}(x_\tau)$$

$$(t, x, \varepsilon) \longmapsto (\varkappa^{-q}t, d_{\varkappa}x, d_{\varkappa}\varepsilon)$$

$$\hat{t},\ \hat{x},\ \hat{\varepsilon}$$

גורר

$$\boxed{\dot{x} \in F_{\tau\varepsilon}(x_\tau) \iff \dot{\hat{x}} \in F_{\hat{\tau}\hat{\varepsilon}}(\hat{x}_{\hat{\tau}})}$$

121 נניח $\varkappa>1 \Leftarrow \hat{x}$ x-מקרה (גרוע) של $\hat{x}$

עם שהיה יותר קטנה

ורעש יותר קטן

$0<\varkappa<1 \Leftarrow$ בהרבה $\hat{x}$ מקיים

$$\hat{x} \in F_{\tau\varepsilon}(\hat{x}_\tau) \Leftarrow F_{\hat\tau\hat\varepsilon}(x_{\hat\tau}) < F_{\tau\varepsilon}(x_\tau)$$

נניח $\Omega_0 = B_1$

$\|x\|_h \le 1$ כדור ~~רגיל~~ רגיל $\Leftarrow d_\varkappa B_1 < B_1$

$\forall\, \varkappa \in [0,1]$

כדור המוגדר $\Omega_1 = d_{\varkappa_0}\Omega_0 < B_{h\mu_0}$, $\varkappa_0 < 1$

מתאים Filippov כל הפתרונות $x \in F_{\tau_0\varepsilon_0}(x_{\tau_0})$

מתכנסים ל-Ω_1 תוך זמן סופי T של $\tau_0\varepsilon_0$-קטנים

מספיק $(\tau_0\, \varepsilon_0) \overset{def}{=} (\rho_0^{-q}, d_{\rho_0}(\hat\varepsilon_1))$, $0<\rho_0<1$

$\varepsilon_0 = (\varepsilon_0^{m_1}, \ldots, \varepsilon_0^{m_n})$

$$\Rightarrow \Omega_{-2} \xrightarrow{\varkappa^{2q}T} \Omega_{-1} \xrightarrow{\varkappa^{q}T} \Omega_0 \xrightarrow{T} \Omega_1$$

$\boxed{\text{אם } \varkappa^{-q}\tau \le \rho_0,\quad \|d_\varkappa \varepsilon\|_h = \varkappa\|\varepsilon\|_h \le \rho_0}$

אי אפשר להמשיך

אפשר להגדיל שהיה ורעש כי אם הרעש והשהיה

שלנו "היו" מקריים גרועים

אי אפשר להקטין אותם.

נניח $\varepsilon = \cancel{\hat\varepsilon(1,1,\ldots,1)}$, $\|x\|_h = \max_i |x_i|^{\frac{1}{m_i}}$

$(\varepsilon^{m_1}, \ldots, \varepsilon^{m_n})$

$$\rho = \max\left[\tau^{\frac{1}{q}}, \|\varepsilon\|_h\right] = \max(\tau^{\frac{1}{q}}, \varepsilon)$$

$\hat{x} = d_\varkappa x \xrightarrow{\text{מתכנס לתוך}} \Omega_1 \subset B_{h\mu_0} \Leftarrow \varkappa = \rho_0/\rho$ נבחר

$$\|\hat{x}\|_h < \mu_0 \Rightarrow \|x\|_h \le \frac{\rho}{\rho_0}\mu_0 = \frac{\mu_0}{\rho_0}\rho$$ מ.ש.ל

פתרון לבעיה העיקרית של הקורס

$$\dot x = a(t,x)+b(t,x)u \,, \quad x\in\mathbb{R}^n$$

היעד: $\sigma(t,x)\longrightarrow 0 \,, \quad \sigma,u\in\mathbb{R}$

$$\underset{\cap}{\sigma^{(r)}} = h(t,x)+\underset{\cap}{g(t,x)}\,u \qquad g>0$$

rel. degree $= r$

$$\sigma^{(r)} \in [-C,C]+[K_m,K_M]\,u$$

הפתרון: $u = -\alpha\,\Psi_r(\underbrace{\sigma,\dot\sigma,\dots,\sigma^{(r-1)}}_{\vec\sigma})$

$\alpha>0,\ |\Psi_r(\vec\sigma)|\le 1,\ \Psi$ – מדידה לפי Borel

ראינו איך לבנות u ל-$r=2$.

מקבלים

$$\sigma^{(r)}\in[-C,C]+[K_m,K_M]\cdot(-\alpha)\cdot K_F[\Psi_r](\vec\sigma)$$

פרוצדורת Filippov

אנו רוצים שההכללה תהיה הומוגנית

בדרך $\deg\sigma^{(r)}=0$ כי $\deg[-C,C]=0$

לכן $\Rightarrow \deg\Psi_r=0$

$$\deg\sigma^{(r-1)}=\deg\sigma^{(r)}+\deg t \quad (\deg\sigma^{(r)}=\deg\sigma^{(r-1)}-\deg t)$$

מוסבר עם לפי דרכו 1.3, 1.5

בנוסף $HD \quad q=-1 \Leftarrow \deg t=1$

התכנסות תהיה, תוך זמן סופי

$$\Rightarrow \deg\sigma^{(r-1)}=1,\ \deg\sigma^{(r-2)}=1+1=2,\dots,\deg\sigma=r$$

הומוגניות כזו נקראת

r-SM homogeneity (Levant 2003)

$$\deg u = 0 \Leftrightarrow \Psi_r(\vec{\sigma}) = \Psi_r(d_\varkappa \vec{\sigma}),\ \varkappa > 0$$

<u>הגדרה:</u> פונקציה נקראת $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$

quasi continuous קוואזי-רציפה,

אם היא רציפה, ב- $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$

ישנם מקרים רבים (אין-סוף!)

שפותרים את הבעיה, הפתרון

הפשוט ביותר נקרא:

<u>משפט</u> לכל $(\omega > 0, r \geq 2)$ קיימים

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{r-2} > 0$

שהבקר הקוואזי-רציף

$$u = -\alpha \frac{[\sigma^{(r-1)}]^{\frac{\omega}{1}} + \beta_{r-2}[\sigma^{(r-2)}]^{\frac{\omega}{2}} + \dots + \beta_0[\sigma]^{\frac{\omega}{r}}}{|\sigma^{(r-1)}|^{\frac{\omega}{1}} + \beta_{r-2}|\sigma^{(r-2)}|^{\frac{\omega}{2}} + \dots + \beta_0|\sigma|^{\frac{\omega}{r}}}$$

מייצב את ההכלה תוך זמן סופי

זמן ההתכנסות פרופורציונלי לנורמה

ההומוגנית של תנאי ההתחלה.

ברור ש $\deg u = \omega - \omega = 0$

$$r = 1. \quad u = -\alpha \,\mathrm{sign}\,\sigma,$$

$$r = 2. \quad u = -\alpha \frac{\lfloor \dot\sigma \rceil^{2} + \sigma}{\dot\sigma^{2} + |\sigma|},$$

$$r = 3. \quad u = -\alpha \frac{\ddot\sigma^{3} + 2\lfloor \dot\sigma \rceil^{\frac{3}{2}} + \sigma}{|\ddot\sigma|^{3} + 2|\dot\sigma|^{\frac{3}{2}} + |\sigma|},$$

$$r = 4. \quad u = -\alpha \frac{\lfloor \dddot\sigma \rceil^{4} + 2\lfloor \ddot\sigma \rceil^{2} + 2\lfloor \dot\sigma \rceil^{\frac{4}{3}} + \sigma}{\dddot\sigma^{4} + 2\ddot\sigma^{2} + 2\dot\sigma^{\frac{4}{3}} + |\sigma|},$$

$$r = 5. \quad u = -\alpha \frac{\left\lfloor \sigma^{(4)} \right\rceil^{5} + 6\lfloor \dddot\sigma \rceil^{\frac{5}{2}} + 5\lfloor \ddot\sigma \rceil^{\frac{5}{3}} + 3\lfloor \dot\sigma \rceil^{\frac{5}{4}} + \sigma}{|\sigma^{(4)}|^{5} + 6|\dddot\sigma|^{\frac{5}{2}} + 5|\ddot\sigma|^{\frac{5}{3}} + 3|\dot\sigma|^{\frac{5}{4}} + |\sigma|}.$$

$u = -\alpha\, \Psi_2(\vec{\sigma})$

הוכחה $r = 2$ ל

$$u = -\alpha \frac{[\dot{\sigma}]^{\frac{w}{1}} + \beta_0 [\sigma]^{\frac{w}{2}}}{|\dot{\sigma}|^{\frac{w}{1}} + \beta_0 |\sigma|^{\frac{w}{2}}}$$

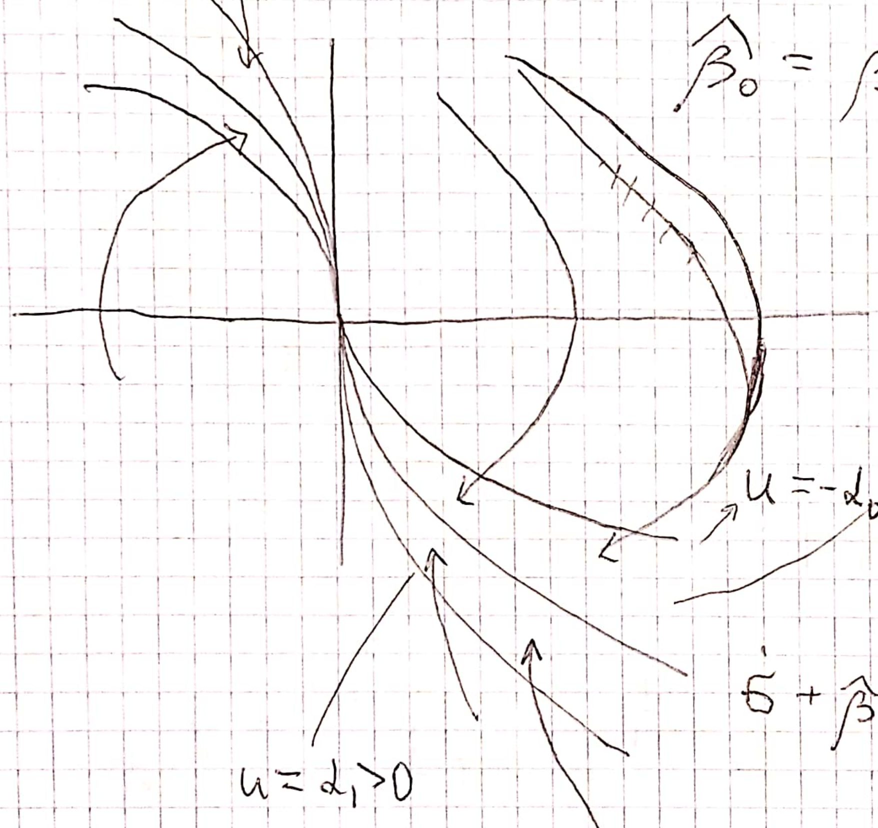
$\forall \beta_0 > 0$ מתאים!

$$[A]^{\gamma} + [B]^{\gamma} \gtrless 0 \quad \boxed{\gamma > 0} \quad \text{לכל } \gamma$$

$$A + B \gtrless 0 \iff$$

$$[\dot{\sigma}]^{\frac{w}{1}} + \beta_0 [\sigma]^{\frac{w}{2}} \gtrless 0 \iff \dot{\sigma} + \hat{\beta}_0 [\sigma]^{\frac{1}{2}} \gtrless 0$$

$\hat{\beta}_0 = \beta_0^{\frac{1}{w}}$ כאשר



$|\Psi_2(\vec{\sigma})| \leq \gamma_0 < 1$

$\dot{\sigma} + \hat{\beta}_0 [\sigma]^{\frac{1}{2}} = 0$, $u = 0$

$\Psi_2 = 0$

לכל $0 < \gamma_0 < 1$ הבקרות ששומרים על $|\Psi_2(\vec{\sigma})| \leq \gamma_0$ מתכנסים ל 0 תוך זמן סופי

צב. קורה ל α גדול מספיק

מקרה כללי: עם γ_0 קטן מספיק את $|\Psi_r(\vec{\sigma})| \leq \gamma_0$ גורר התכנסות ל-0

צב. קורה ל α גדול מספיק

גוזר כללי

נניח שנתון אות $f(t) = f_0(t) + \eta(t)$

ידוע ש- $\left|f_0^{(n_d+1)}\right| \le L$

לשערך את $f_0, \dot{f}_0, \ldots, f_0^{(n_d)}$

n_d - סדר גזירה

ראינו גוזר מסדר 1:

$$\begin{cases} \dot{z}_0 = -\lambda_1 L^{\frac{1}{2}} [z_0 - f]^{\frac{1}{2}} + z_1 \\ \dot{z}_1 = -\lambda_0 L [z_0 - f]^0 = -\lambda_0 L \,\mathrm{sign}(z_0 - f) \end{cases}$$

$\lambda_0 = 1.1$
$\lambda_1 = 1.5$

$z_i \to f_0^{(i)}, \ i = 0,1$, $\eta = 0$

מקרה כללי: גוזר מסדר n_d

(Levant 2003)

$$\dot{z}_0 = -\lambda_{n_d} L^{\frac{1}{n_d+1}} [z_0 - f]^{\frac{n_d}{n_d+1}} + z_1$$

$$\dot{z}_1 = -\lambda_{n_d-1} L^{\frac{2}{n_d+1}} [z_0 - f]^{\frac{n_d-1}{n_d+1}} + z_2$$

$$\ldots$$

$$\dot{z}_{n_d-1} = -\lambda_1 L^{\frac{n_d}{n_d+1}} [z_0 - f]^{\frac{1}{n_d+1}} + z_{n_d}$$

$$\dot{z}_{n_d} = -\lambda_0 L [z_0 - f]^0 = -\lambda_0 L \,\mathrm{sign}(z_0 - f)$$

אם $\eta = 0$ $\Leftarrow$ $z_i \to f_0^{i}$ בזמן סופי

$i = 0, 1, \ldots, n_d$

ארך ההוכחה

נחסר $f_0^{(i+1)}$ ממשוואת ל $\dot{z}_i$

ונחלק ב L. נקבל

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{z_i - f_0^{(i)}}{L}\right) = -\lambda_{n_d - i}\left[\frac{z_0 - f_0}{L}\right]^{\frac{n_d+1-i}{n_d+1}} + \frac{z_{i+1} - f_0^{(i+1)}}{L}$$

$i = 0, 1, \dots, n_d - 1$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{z_{n_d} - f_0^{(n_d)}}{L}\right) = -\lambda_0\left[\frac{z_0 - f_0}{L}\right]^0 - \frac{f_0^{(n_d+1)}}{L}$$

$i = n_d$ $\qquad \in [-1,1]$

$$\sigma_i = \left(z_i - f_0^{(i)}\right)/L, \quad i = 0, 1, \dots, n_d$$

מקבלים

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_0 = -\lambda_{n_d}[\sigma_0]^{\frac{n_d}{n_d+1}} + \sigma_1 \\ \dot{\sigma}_1 = -\lambda_{n_d-1}[\sigma_0]^{\frac{n_d-1}{n_d+1}} + \sigma_2 \\ \dots \\ \dot{\sigma}_{n_d} \in -\lambda_0 \operatorname{sign}\sigma_0 + [-1,1] \end{cases}$$

$$\operatorname{sign}\sigma_0 \to K_F[\operatorname{sign}(\cdot)](\sigma_0) = \begin{cases} \{1\} & \sigma_0 > 0 \\ [-1,1] & \sigma_0 = 0 \\ \{-1\} & \sigma_0 < 0 \end{cases}$$

Filippov $\Leftarrow$ הכללה

הומוגני

$\deg \sigma_i = n_d + 1 - i$

$i = 0, 1, \dots, n_d$

$\deg t = 1$

כן, כמות זיגזגים אסור !

הדקה זמן ⇐ הנגזרות גדל במס׳ סופי

פיק: τ - זמן מינימלי, $|\eta| \le \varepsilon$

$q = -1$

$$\rho = \max\left(\tau, \left(\frac{\varepsilon}{L}\right)^{\frac{1}{n_d+1}}\right)$$

$$|\sigma_i| \le \mu_i \rho^{n_d+1-i}$$

$$\left(\|\sigma_0, \sigma_1, \ldots, \sigma_{n_d}\|_h = \max_i |\sigma_i|^{\frac{1}{n_d+1-i}} \le \mu \rho \right)$$

נכפיל ב-L ונקבל

$$|z_i - f_0^{(i)}| \le \mu_i L \rho^{n_d+1-i} \cancel{= \mu_i L^{\frac{i}{n_d+1}} \max[\tau,}$$

$$= \mu_i \max\left[L\tau^{n_d+1-i}, L^{\frac{i}{n_d+1}} \varepsilon^{\frac{n_d+1-i}{n_d+1}}\right]$$

מגדרה שאי אפשר לסדר את

הנגזרות, הכל (אפשר לסדר μ_i

$\mu_i \ge 1$)

המקדמים של הנגזרת עד לסדר

$n_d = 12$

מניע מקודם

Levant-SMC2019_for_students.pdf

~~מקודם~~ בטבלה המקדמים

$\tilde{\lambda}_{n_d-i}$ -> מסומנים

Table 1: Parameters $\tilde{\lambda}_0, \tilde{\lambda}_1, ..., \tilde{\lambda}_{n+n_f}$ of differentiator (9), (10) for $n + n_f = 0, 1, ..., 12$

0	1.1												
1	1.1	1.5											
2	1.1	2.12	2										
3	1.1	3.06	4.16	3									
4	1.1	4.57	9.30	10.03	5								
5	1.1	6.75	20.26	32.24	23.72	7							
6	1.1	9.91	43.65	101.96	110.08	47.69	10						
7	1.1	14.13	88.78	295.74	455.40	281.37	84.14	12					
8	1.1	19.66	171.73	795.63	1703.9	1464.2	608.99	120.79	14				
9	1.1	26.93	322.31	2045.8	6002.3	7066.2	4026.3	1094.1	173.72	17			
10	1.1	36.34	586.78	5025.4	19895	31601	24296	8908	1908.5	251.99	20		
11	1.1	48.86	1061.1	12220	65053	138954	143658	70830	20406	3623.1	386.7	26	
12	1.1	65.22	1890.6	29064	206531	588869	812652	534837	205679	48747	6944.8	623.30	32

Filtering differentiator

$$\begin{cases} \dot w_1 = -\lambda_{n_d+n_f} L^{\frac{1}{n_d+n_f+1}}[w_1]^{\frac{n_d+n_f}{n_d+n_f+1}} + w_2 \\ \dots \\ \dot w_{n_f} = -\lambda_{n_d+1} L^{\frac{n_f}{n_d+n_f+1}}[w_1]^{\frac{n_d+1}{n_d+n_f+1}} + \underbrace{z_0 - f}_{w_{n_f+1}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot z_0 = -\lambda_{n_d} L^{\frac{n_f+1}{n_d+n_f+1}}[w_1]^{\frac{n_d}{n_d+n_f+1}} + z_1 \\ \dots \\ \dot z_{n_d} = -\lambda_0 L^{\frac{n_d+n_f+1}{n_d+n_f+1}}[w_1]^{\frac{0}{n_d+n_f+1}} = \end{cases}$$

$$= -\lambda_0 L \,\mathrm{sign}\, w_1$$

n_d - סדר גזירה , n_f - סדר סינון

הסבר: $z_0 = z_0 + z_1$, $n_f = 2$

$$\dot w_1 = -\lambda_{n_d+2} L^{\frac{1}{n_d+n_f+1}}[w_1]^{\frac{n_d+n_f}{n_d+n_f+1}} + w_2$$

$$\dot w_2 = -\lambda_{n_d+1} L^{\frac{2}{n_d+n_f+1}}[w_1]^{\frac{n_d+n_f-1}{n_d+n_f+1}} + z_0 - f_0 - z_0 - z_1$$

$n = n_d + n_f$ $\quad \dot z_0 = -\lambda_{n_d+2} L^{\frac{3}{n+1}}[w_1]^{\frac{n-2}{n+1}} + z_1$

$\dots$

$$\Rightarrow \quad (w_1 + \iint z_1 \cancel{+ \dots})^\cdot = -\lambda_{n_d+2} L^{'''}[w_1 + \iint z_1 - \iint z_1]^{'''} + w_2 + \int z_1$$

$$(w_2 + \int z_0)^\cdot = -\lambda_{n_d+1} L^{\frac{2}{n+1}}[w_1 + \iint z_1 - \iint z_1]^{'''} + z_0 - f_0 - z_0$$

$$(z_0 - f_0)^\cdot = -\lambda_{n_d+2} L^{\frac{3}{n+1}}[w_1 + \iint z_1 - \iint z_1]^{'''} + z_1 - \dot f_0$$

129 נניח $\iint z_1$ כש z_0 קטן מ (חסומים)

נסמן

$$\tilde{\omega}_1 = (\omega_1 + \iint z_1)/L$$

$$\tilde{\omega}_2 = (\omega_2 + \int z_1)/L$$

$$\tilde{\sigma}_i = (z_i - f_0^{(i)})/L$$

מקבל דינמיקת שגיאה של גוזר רגיל!

המקרה

$$\sigma^{(r)} \in [-C,C] + \alpha\,[K_m, K_M]\,\Psi_r(\cancel{\vec{\sigma}})$$

Z

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \Omega_{n_d,n_f}(\omega, z_0 - f, L) \\ \dot{z} = \mathcal{D}_{n_d,n_f}(\omega, z, L) \end{cases}, \quad n_d = r-1$$

$$L \geq C + \alpha K_M$$

⇐ תוך זמן סופי $z_i = \sigma^{(i)}$

המערכת <u>כולה</u> הומוגנית

$\deg t = 1$, ~~deg~~ $\deg z_i = \deg \sigma^{(i)} = r - i$

$\deg \omega_i = r + n_{f,m}$

⇐ הדיוק

$$|\sigma^{(i)}| \leq \mu_i \rho^{r-i}$$

$$|z_i| \leq \tilde{\mu}_i \rho^{r-i} \qquad \rho = \max(\tau, \varepsilon^{\frac{1}{r}})$$

הגדלת סדר יחסי
(הגישה הנאיבית)

$$\sigma^{(r)} = h(t,x) + g(t,x)\,u$$

רוצים לקבל בקרה ב-u - רציף

מוסיפים

$$\dot u = u_1 = -\alpha\,\psi_{r+1}(\sigma, \dot\sigma, \dots, \sigma^{(r)})$$

זה הפתרון שמצפים לו
במבחן סוף הקורס

הנימוק:

$$\sigma^{(r+1)} = \underbrace{h'_t + h'_x(a+bu) + (g'_t + g'_x u)u}_{\tilde h(t,x,u)} + g\,\dot u$$

$$|\tilde h| \le \tilde C, \quad g \in [K_m, K_M]$$

$$\dot u = -\alpha\,\psi_{r+1}(\sigma, \dots, \sigma^{(r)})$$

הבקרה עובד לוקלית עם תנאי התחלה מקיימים

$$\|\vec\sigma(t_0)\|_h \le \delta$$

לפרמטר δ מספיק קטן כי אז $u \approx u_{eq}$ ו-$\tilde h$ באמת חסום

ב-$(r+1)$-SM מקבלים $\sigma, \dots, \sigma^{(r-1)}, \sigma^{(r)} \equiv 0$

אז $u = u_{eq}$ ו-$\ddot{\vec\sigma} \equiv 0$ נשמר הלאה,

בפרקטיקה זה ממש לא עובד

פתרון אמיתי מחוץ לקורס

סימולציה של SMC (131)

$\dot{x} = f(t, x, u(t,x))$, u - אי רציף

Matlab מבין ODE solvers

הם מתבססים בפיתוח Taylor

של ציר זמן ולא עובדים פה

כי הנגזרות נשארות מאותו אי רציפות |||

הסימולציה המקובלת!

אינטגרציה לפי Euler

$$x(t_{k+1}) = x(t_k) + f(t_k, x(t_k), u(t_k, x(t_k))) \cdot \tau_k$$

$$t_{k+1} = t_k + \tau_k , \quad \tau_k > 0$$

צעד של אינטגרציה

התכנסות של Euler

היא לפי מובן Filippov