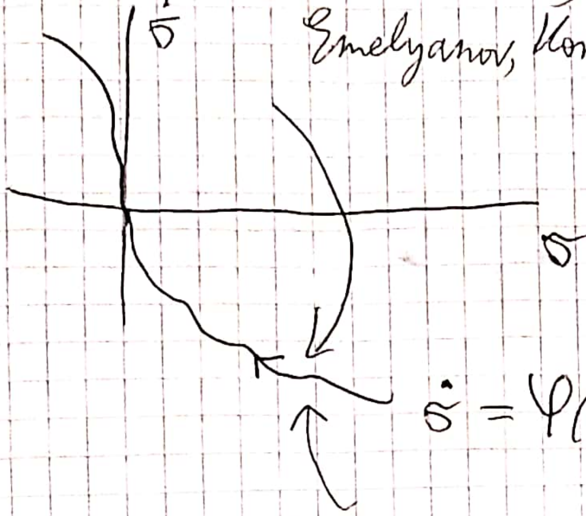
03/06-2021, הרצאה 11

2SM- Algorithm (controller)

עם זמן התכנסות סופי [illegible]

Emelyanov, Korovin, Levant 1986



המטרה

$$\dot{\sigma} = \varphi(\sigma) : \sigma \to 0$$

$$u = -\alpha \operatorname{sign}(\dot{\sigma} - \varphi(\sigma))$$

$$\dot{\sigma} = \varphi(\sigma) \qquad \ddot{\sigma} \in [-C, C] + [K_m, K_M] u$$

מקרה הכי נפוץ

$$u = -\alpha \operatorname{sign}\left(\dot{\sigma} + \gamma [\sigma]^{\frac{1}{2}}\right), \quad \gamma > 0, \ \alpha > 0$$

$$\boxed{K_m \alpha > C}$$ בכדי ש

מה שרצינו!

$$\frac{d}{dt}\left(\dot{\sigma} + \gamma [\sigma]^{\frac{1}{2}}\right)\Big|_{\cancel{\dot{\sigma}+\gamma[\sigma]^{\frac{1}{2}}=0}} \in -\alpha \operatorname{sign}\left(\dot{\sigma} + \gamma[\sigma]^{\frac{1}{2}}\right)[K_m, K_M] + [-C, C] + \frac{\gamma}{2}\frac{\dot{\sigma} \operatorname{sign}\sigma}{|\sigma|^{\frac{1}{2}}}$$

בקו

$$\dot{\sigma} + \gamma[\sigma]^{\frac{1}{2}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\dot{\sigma}}{|\sigma^{\frac{1}{2}}|} = -\gamma \operatorname{sign}\sigma$$

מקבלים

$$\Sigma = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\Big(\underbrace{\dot{\sigma} + \gamma[\sigma]^{\frac{1}{2}}}_{\Sigma}\Big)\Big|_{\Sigma=0} \in [-C, C] - \alpha[K_m, K_M] \operatorname{sign}\Sigma + \frac{\gamma^2}{2}$$

$$\boxed{\alpha K_m > \frac{\gamma^2}{2} + C}$$

מה שרצינו!

1-SM [illegible] [illegible]

1-SM [illegible] $|h| \le c$

$$\dot{x} = a(t,x) + b(t,x)u$$

$$\dot{\sigma} = h(t,x) + g(t,x)u, \qquad g \in [K_m, K_M] \qquad u_0 > c/K_m$$

$$\ddot{\sigma} = \tilde{h}(t,x,u) + g(t,x)\dot{u}, \qquad |\tilde{h}| \le \tilde{C}, \quad |u| \le u_0$$

$$\tilde{h} = h'_t + h'_x(a+bu) + \left(b'_t + b'_x(a+bu)\right)u$$

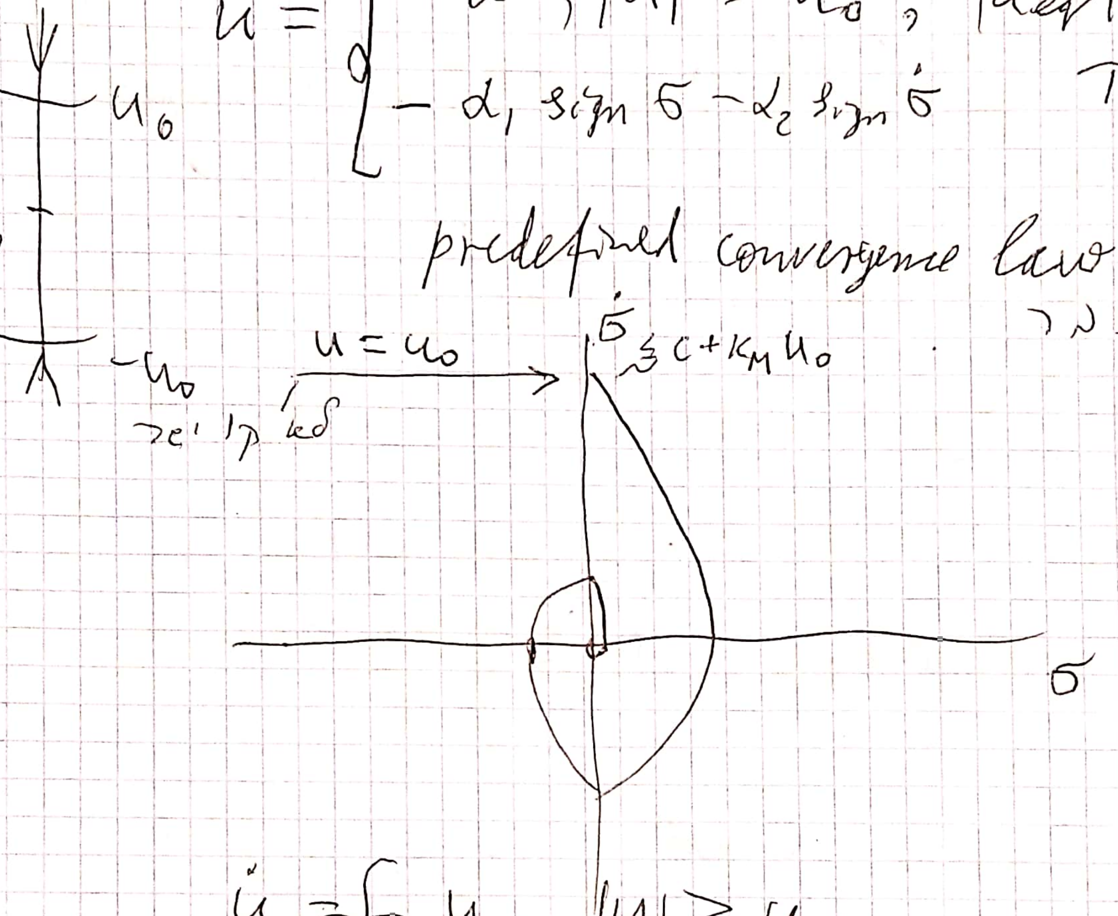
1SM

$$\dot{u} = \begin{cases} -u, & |u| \ge u_0, \qquad |u_{eq}| = \left|\frac{h}{g}\right| < u_0 \\ -\alpha_1 \,\mathrm{sign}\,\sigma - \alpha_2 \,\mathrm{sign}\,\dot{\sigma} & \end{cases}$$

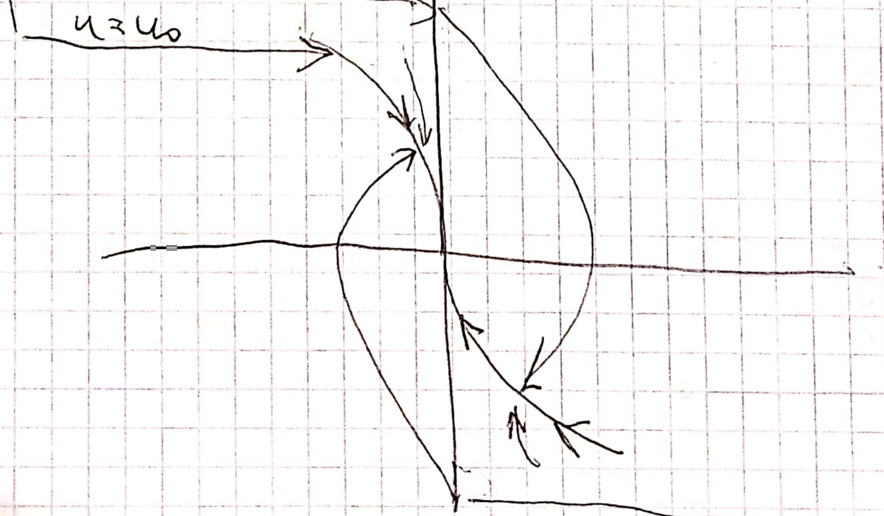
separated

Twisting

predefined convergence law - [illegible]



$$\dot{u} = \begin{cases} -u, & |u| \ge u_0 \\ -\alpha \,\mathrm{sign}\left(\dot{\sigma} + \beta|\sigma|^{\frac{1}{2}}\mathrm{sign}\,\sigma\right) & |u| < u_0 \end{cases}$$



1066

$\frac{C}{K_m} < u_0$

Super - twisting controller

$$\dot{\sigma} = h(t,x) + g(t,x)u \qquad |h| \le C,\ g \in [K_m, K_M]$$

$$\ddot{\sigma} = \tilde{h}(t,x,u) + g(t,x)\dot{u} \qquad |\tilde{h}| \le C,\ |u| \le u_0$$

$$u = u_1 + u_2, \qquad \lambda_0, \lambda_1 > 0$$

$$u_1 = \begin{cases} -\lambda_1 \sigma_0^{\rho} \operatorname{sign}\sigma, & |\sigma| \ge \sigma_0 > 0,\ \sigma_0 \\ -\lambda_1 |\sigma|^{\rho} \operatorname{sign}\sigma, & |\sigma| < \sigma_0, \quad \boxed{\rho = \frac{1}{2}} \end{cases}$$

$$\dot{u}_2 = \begin{cases} -u, & |u| = |u_1 + u_2| \ge u_0 \\ -\lambda_0 \operatorname{sign}\sigma, & |u| < u_0 \end{cases}$$

(Levant 1993)

$1 \ge \rho > \frac{1}{2}$ יש אוסציה עם

$\rho \in [0, \frac{1}{2})$ לא עובד

$\rho > 1 \Rightarrow$ אין צורך

(Moreno ?) ישמצאו

Sliding order and Sliding Accuracy
(Levant 1993)

(או ליפשיץ $\sigma^{(\ell-1)}$)

משפט: אם $\sigma(t)$ חלקה [illegible] ~~ק~~ ב-C^{ℓ}

כל ~~קטעים~~ חלק [illegible] לאורך לפחות $0<\tau$,

$$|\sigma(t)| \le C\tau^{r}, \quad \lfloor r \rfloor = \ell \ge 0$$

$|\sigma^{(\ell)}| \le \delta$ בכל קטע

$\lfloor 0 \rfloor = 0$
$\lfloor \frac{1}{2} \rfloor = 0$
$\lfloor -\frac{1}{2} \rfloor = -1$

$\Leftarrow$

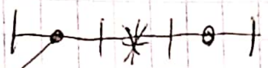
$$\exists\ c_1, c_2, \dots, c_{\ell-1} > 0 :$$

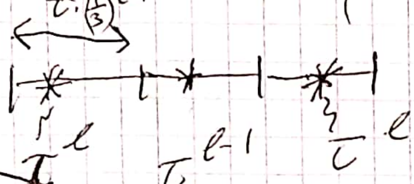
$$|\sigma^{(\ell-1)}| \le c_{\ell-1}\tau, \dots, |\dot\sigma| \le c_1 \tau^{\ell-1}$$

הוכחה:

נחלק קטע באורך $\tau \le$ ל-$3^{\ell-1}$ ת.קטעים

$\ell-1 \Rightarrow \ell$





משפט Lagrange

אינדוקציה

$|\sigma^{(\ell-2)}(t_2)|, |\sigma^{(\ell-2)}(\tilde t_2)| \le \varkappa_{\ell-2}\tau^2$

ממשיכים כך $\ell-1$ פעמים

ומוצאים נק' t_0 שבה $|\sigma^{(\ell-1)}| \le \varkappa_1 \tau$

טענה: $\exists\ t_1, t_2, \dots, t_{\ell-1} \in [\alpha, \beta], \quad \beta - \alpha \ge \tau$

$$|\dot\sigma(t_1)| \le \varkappa_1 \tau^{\ell-1}, |\ddot\sigma(t_2)| \le \varkappa_2 \tau^{\ell-2}, \dots, |\sigma^{(\ell-1)}(t_{\ell-1})| \le \varkappa_{\ell-1}\tau$$

$$\cancel{\sigma^{(\ell-2)}(t) = \sigma} \quad \sigma^{(\ell-1)}(t) = \sigma^{(\ell-1)}(t_{\ell-1}) + \int_{t_{\ell-1}}^{t} \sigma^{(\ell)}(s)\,ds$$

$$|\sigma^{(\ell-1)}(t)| \le \varkappa_{\ell-1}\tau + \delta\cdot\tau = \underline{c_{\ell-1}\tau}$$

$$|\ddot\sigma(t)| \le c_2 \tau^{\ell-2}$$

$$|\dot\sigma(t)| = \left|\dot\sigma(t_1) + \int_{t_1}^{t} \ddot\sigma(s)\,ds\right| \le \varkappa_1 \tau^{\ell-1} + c_2 \tau^{\ell-1} = c_1 \tau^{\ell-1}$$

מ.ש.ל.

~~ב~~מילים אחרות σ קטן $\Leftarrow$ נגזרות קטנות

108

משפט 2 באותם תנאים:

כל קטע חלקות | לאורך τ_k לפחות | לחלק $\sigma_k(t)$, $k\to\infty$, $\tau_k\to 0$

$|\sigma_k(t)| \le c\,\tau_k^{r}$, $r>0$, $\ell=[r]$, $\ell\in\mathbb{N}$

אבל הנגזרת יעצה e - $|\sigma_k^{(p)}(t)| \ge \delta$ $\forall t$ בקטע

$$\Leftarrow \boxed{\ell \le p}$$

הוכחה: נניח e - $\ell > p \in \mathbb{N}$

אז נקבל בתהליך מהוכחת משפט 1

τ_k ; $|\sigma^{(p)}(t_k)| \le \varkappa_k \tau_k^{\ell-p} \to 0$

סתירה

משל.

מסקנה: אי אפשר להבטיח $|\sigma| = O(\tau^{\ell})$

אבל להבטיח $|\sigma^{(i)}| = O(\tau^{\ell-i})$

$i = 1, 2, \dots, \ell-1$

וגם אם $|\sigma^{(\ell)}|$ נגרע מ-0

אז אי אפשר לקבל עוד יותר טוב מ $|\sigma| = O(\tau^{\ell})$

יוגר מעוייך: 1 אם $|\sigma| \le c\tau^{\ell}$, $|\sigma^{(\ell)}| \le \delta$:$\exists \delta$

$\Leftarrow$ $|\sigma^{(i)}| \le c_i \tau^{\ell-i}$, $i=0,\dots,\ell-1$

2 אי אפשר לקבל עוד יוגר טוב

מ $|\sigma| \le c\tau^{\ell}$ אם $|\sigma^{(\ell)}| \ge \delta > 0$:$\exists \delta$

$\tau \ge$ צעד סימפליציה (בפיזיקה?)

discretization step $\ge \tau$

כאן לא זה הנחות - High-Order SM

Real Sliding Mode

$$\dot{x} = a(t,x) + b(t,x)u$$

$$u_k(t) = u_k(t, \gamma_k), \quad \gamma_k \to 0, \quad \gamma_k \in \mathbb{R}, \quad \gamma_k > 0$$

אחרי זמן סופי של המעבר Transient

$$|\sigma| \le \varkappa \gamma_k^r \Rightarrow r\text{-SM}_{real}$$

real r-SM ~ r-SM של ממש

<u>הוכחנו:</u>
המאמר,

מה קורה אם rel. degree ≥ 2 ?

$$a, b \in C^\infty, \quad u, \sigma \in \mathbb{R}$$

$$\sigma^{(r)} = h(t,x) + g(t,x)u,$$

$$h \in [-C, C], \quad 0 < K_m \le g \le K_M$$

רוצים לבנות $u = U(\sigma, \dot{\sigma}, \ldots, \sigma^{(r-1)})$

$|u| \le \alpha$ המייצב σ בזמן סופי

וגוזר המעריך את $\sigma, \dot{\sigma}, \ldots, \sigma^{(r-1)}$

על סמך $|\sigma^{(r)}| \le C + K_M \alpha$

<u>טענה:</u> אין אפשרות לפתור

אם הפונקציה על-ידי $U \in C$

<u>הוכחה:</u> נניח אפשר $\Leftarrow$

$$0 = \sigma^{(r)} = h(t,x) + g(t,x)U(0,\ldots,0)$$

$$\sigma, \ldots, \sigma^{(r-1)}\Big|_{t=t_0} = 0$$

$$\Rightarrow U(0,\ldots,0) = -\frac{h(t,x)}{g(t,x)}$$

ניקח
$$\begin{cases} h = c \text{ const} \\ g = 1 \end{cases}$$

מ.ש.ל

הבעיה

$\sigma^{(r)} \in [-C,C] + [K_m,K_M]u$, $\vec{\sigma} = (\sigma,\dots,\sigma^{(r-1)})$

מתכפים

$u = U(\vec{\sigma})$

($\Rightarrow$) $\vec{\sigma}$ יכול לגלול רציפים

Borel-measurable

(אבל לא רציפה, של אוש)

וחסומה, $|u| \le \alpha$

$\Leftarrow$

$$\sigma^{(r)} \in [-C,C] + [K_m,K_M]K_F[U](\vec{\sigma})$$

הגדרת Filippov

Filippov procedure:

$$K_F U(\vec{\sigma}) = \bigcap_{\delta>0} \bigcap_{\mu N=0} \overline{co}\, U(\vec{\sigma}^{\varepsilon} \setminus N)$$

אם U רציפה חוץ מקבוצת מידה 0 שהיא N_1

אז מספיק להסתפק בצריך N_1 כי $N_1 \supset N_0$

N_0 - נקודות ~~אל~~ שלא של רציפות קירובית

(נרשום (כפו)

$$\sigma^{(r)} \in [-C,C] + [K_m,K_M]\,U(\vec{\sigma})$$

עוד תזכיר

$$\lfloor s \rceil^{\gamma} = [s]^{\gamma} \overset{def}{=} \begin{cases} |s|^{\gamma} \operatorname{sign} s & \gamma>0 \text{ או } s\neq0 \\ \operatorname{sign} s & \gamma=0 \\ \text{כל מספר} & \gamma<0,\ s=0 \end{cases}$$

יותר קל לכתוב

$$\operatorname{sign} s = \begin{cases} 1 & s>0 \\ -1 & s<0 \\ 0 & s=0 \end{cases}$$

$\boxed{0 \quad s=0}$ לא משנה!

Homogeneity Theory (Weighted) הומוגני'

[illegible]

Twisting controller

$$u(\sigma,\dot\sigma) = -\alpha_1 \operatorname{sign}\sigma - \alpha_2 \operatorname{sign}\dot\sigma \quad , r=2$$

$$u(\varkappa^2\sigma, \varkappa\dot\sigma) = -\alpha_1 \operatorname{sign}(\varkappa^2\sigma) - \alpha_2 \operatorname{sign}(\varkappa\dot\sigma) = u(\sigma,\dot\sigma)$$

$\sigma \mapsto \varkappa^2\sigma,\ t \mapsto \varkappa t$ [illegible]

$$\frac{d(\varkappa^2\sigma)}{d(\varkappa t)} = \varkappa\dot\sigma$$

predefined convergence law

$\varkappa$ kappa

$$u(\sigma,\dot\sigma) = -\alpha \operatorname{sign}\left(\dot\sigma + \beta\lfloor\sigma\rceil^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$u(\varkappa^2\sigma,\varkappa\dot\sigma) = -\alpha \operatorname{sign}\left(\varkappa\dot\sigma + \beta\lfloor\varkappa^2\sigma\rceil^{\frac{1}{2}}\right) = u(\sigma,\dot\sigma)$$

super-twisting (מקרה כללי)

$$\begin{cases} u = -\lambda_1\lfloor\sigma\rceil^{\frac{1}{2}} + u_1 \\ \dot u_1 = -\lambda_0\lfloor\sigma\rceil^{0} \end{cases}$$

צריך לאחז
עם מערכת
כל קרל'
מחוז
סגור
מוגבל!

$t \mapsto \varkappa t,\ \sigma \mapsto \varkappa^2\sigma,\ u_1 \mapsto \varkappa u_1$

[illegible] צד

גוזר

$$\begin{cases} \dot z_0 = -\lambda_1 L^{\frac12}[z_0 - f_0(t)]^{\frac12} + z_1 \\ \dot z_1 = -\lambda_0 L\,[z_0 - f_0(t)]^0 \end{cases} , \quad |\ddot f_0| \le L$$

(אין [illegible])

$$\sigma_0 = \frac{z_0 - f_0}{L}, \quad \sigma_1 = \frac{z_1 - \dot f_0}{L}$$

$$L\dot\sigma_0 = \dot z_0 - \dot f_0 = -\lambda_1 L^{\frac12}[L\sigma_0]^{\frac12} + z_1 - \dot f_0$$

$$L\dot\sigma_1 = \dot z_1 - \ddot f_0 \in \lambda_0 L\,[\sigma_0]^{0} + L[-1,1]$$

״חוג סגור״

$$\begin{cases} \dot\sigma_0 = -\lambda_1[\sigma_0]^{\frac12} + \sigma_1 \\ \dot\sigma_1 \in -\lambda_0[\sigma_0]^{0} + [-1,1] \end{cases}$$

$$(\sigma_0, \sigma_1, t) \longmapsto (\varkappa^2\sigma_0, \varkappa\sigma_1, \varkappa t)$$ החלפה:

$$\begin{cases} \dfrac{d(\varkappa^2\sigma_0)}{d(\varkappa t)} = -\lambda_1[\varkappa^2\sigma_0]^{\frac12} + \varkappa\sigma_1 \\ \dfrac{d(\varkappa\sigma_1)}{d(\varkappa t)} = -\lambda_0\underbrace{[\varkappa^2\sigma_0]^0}_{\mathrm{sign}(\varkappa^2\sigma_0)} + [-1,1] \end{cases}$$

! [illegible] $\varkappa$

Homogeneity

$x \in \mathbb{R}^n, \quad \deg x_i = m_i > 0$

(HD) homogeneity degree, weight

הגדרה העתקה ליניארית "dilation"

$\varkappa > 0, \; d_\varkappa : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \quad d_\varkappa x = (\varkappa^{m_1} x_1, \dots, \varkappa^{m_n} x_n)$

הגדרה (סימון) $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m, \deg f = q$

אם

$\varkappa^q f(x) = f(d_\varkappa x) \quad \forall \varkappa > 0, \; x \in \mathbb{R}^n$

מתמטית כ'ן לכל $\forall x \in \mathbb{R}^n, \forall \varkappa > 0 : f(d_\varkappa x) = \varkappa^q f(x)$

שדה, "קלאסי" או שדה של קבוצות "קלאסיים"
(ODE מד"ר) (הכלה דיפרנציאלית DI)

$\dot{x} \in F(x) \subset T_x \mathbb{R}^n, \quad \dot{x} = f(x) \in T_x \mathbb{R}^n$

הגדרה: $\deg F = q$ (Levant 2005)

$$F(d_\varkappa x) = \varkappa^q d_\varkappa F(x)$$

הסבר נגדיר פורמלית $\deg t = -q \in \mathbb{R}$

$$\dot{x} \in F(x) \Longleftrightarrow \underbrace{\frac{d(d_\varkappa x)}{d(\varkappa^{-q} t)}}_{\varkappa^{q} d_\varkappa \dot{x}} \in F(d_\varkappa x)$$

הכלה דיפרנציאלית אינווריאנטית לגבי

$$(x, t) \longmapsto (d_\varkappa x, \varkappa^{-q} t)$$

~~[illegible]~~דוגמא

$\deg x_1 = 2, \ \deg x_2 = 3$

$\deg (x_1^3 + x_2^2) = 6$

$$(\varkappa^2 x_1)^3 + (\varkappa^3 x_2)^2 = \varkappa^6 (x_1^3 + x_2^2)$$

$\boxed{\text{Kawsky} \sim 1987}$

מקרה, לא מאוזן

$\dot{x} = f(x) \qquad \dot{x}_i = f_i(x_1, \dots, x_n), \ i = 1, \dots, n$

$\dot{x} \in \{f(x)\} \qquad \varkappa^{-q} d_\varkappa \dot{x} = f(d_\varkappa x)$

$$\Rightarrow \underbrace{\varkappa^{+q} \varkappa^{m_i} \dot{x}_i}_{\varkappa^{q+m_i} f_i(x)} = f(d_\varkappa x)$$

$$\deg \dot{x}_i = \boxed{\deg f_i = \deg x_i + q} = \deg x_i - \deg t$$

דוגמא

$\dot{x} = Ax \qquad \dot{x}_i = a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{in} x_n$

$\forall i \ \deg x_i = 1, \quad \deg t = -q = 0$

!המערכת באמת הומוגנית

דוגמא

$$\dot{x} = -I \cdot \|x\| = \begin{pmatrix} \|x\| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2} \\ \vdots \\ \|x\| = \dots \end{pmatrix}$$

$\deg t = 0, \ \deg x_i = 1$

!אבל לא לינארית

דוגמא

$\deg x_1 = 2, \ \deg x_2 = 3, \quad \deg t = -q \in \mathbb{R}$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = (x_1^6 + x_2^4)^{\frac{q}{12}} \left(\cos \frac{[x_1]^{\frac{1}{2}} + [x_2]^{\frac{1}{3}}}{2|x_1|^{\frac{1}{2}} + \pi |x_2|^{\frac{1}{2}}} \cdot \begin{matrix} x_1 \\ [x_1]^{\frac{3}{2}} \end{matrix} \right)$$

(115) **דוגמא** יותר פשוטה

$$\begin{matrix}\dot{x}_1 = \\ \dot{x}_2 = \end{matrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \|x\|_h^{q}, \quad \|x\| = \max\left(|x_1|^{\frac{1}{2}}, |x_2|^{\frac{1}{3}}\right)$$

הגדרה נורמה הומוגנית זה

כל פונקציה רציפה והומוגנית חיובית

ממעלה (HD) 1.

לדוגמא:

$$\|X\|_{h\infty} = \max_i |X_i|^{\frac{1}{m_i}}$$

$$\|X\|_{hd} = \left(\sum |X_i|^{\frac{d}{m_i}}\right)^{\frac{1}{d}} \quad \text{או}$$

דוגמא הכללה דיפרנציאלית הומוגנית

$$\deg x_1 = 3, \ \deg x_2 = 2, \ \deg t = 1 = -q$$

$$\deg \dot{x}_1 \overset{?}{=} \deg \frac{d(\lambda^3 x_1)}{d(\lambda t)} = \lambda^2 \dot{x}_1 \Rightarrow \deg \dot{x}_1 = 3-1=2$$

(סימון כללי)

$$\deg \dot{X}_1 = 3-1=2, \ \deg \dot{x}_2 = 2-1=1$$

$$|\dot{x}_1| + \dot{x}_2^2 \le |X_1|^{\frac{2}{3}} + x_1^{\frac{1}{3}}|X_2|^{\frac{1}{2}}$$

$$3-1=2 \qquad 2(2-1)=2$$

ביחס ל-

$$(\dot{x}_1, \dot{x}_2) \in \underbrace{\left\{(z_1, z_2) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, |z_1| + z_2^2 \le |x_1|^{\frac{2}{3}} + x_1^{\frac{1}{3}}|x_2|^{\frac{1}{2}}\right\}}$$

$F(x_1,x_2) \subset T_x\mathbb{R}^2$ קבוצה שתלויה ב- x_1, x_2

אריתמטיקה הומוגנית

$f, g : \underset{\text{הומוגניות}}{\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}}, \quad \underset{\text{קבועים}}{\alpha, \beta \in \mathbb{R}}$

1. $\deg(f+g) = \deg f = \deg g$

2. $\deg \alpha f = \deg f, \quad \alpha \neq 0$

3. $\deg 0 =$ כל מספר ממשי! $\quad \deg \alpha = 0, \; \alpha \neq 0$

4. $\deg f \cdot g = \deg f + \deg g$

   $\deg f/g = \deg f - \deg g$

5. $\deg [f]^{\alpha} = \deg |f|^{\alpha} = \alpha \cdot \deg f$

   $\deg [f]^{0} = 0 \quad (\deg \operatorname{sign} f = 0)$

6. $\deg \frac{\partial f}{\partial x_i} = \deg f - \deg x_i$

7. $\deg \dot{f} = \deg f - \deg t = \deg f + q$

   $(\dot{x} \in F(x), \; HD \; q)$

תכונות עיקריות של Hom. DI 117

התכנסות contractivity

הגדרה: קבוצה $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ נקראת dilation retractable אם $\forall \varkappa \in [0,1]$ $d_\varkappa \mathcal{D} \subset \mathcal{D}$

הגדרה: הכללת Filippov $\dot{x} \in F(x)$ הומוגנית נקראת contractive מתכנסת אם

1. $\exists\, \mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2 \subset \mathbb{R}^n$ קומפקטיים, $\mathcal{D}_1 \subset \text{Interior}\, \mathcal{D}_2$ לא ריקים

2. $\mathcal{D}_1$ - dilation retractable

3. $\exists T > 0 : \forall x(0) \in \mathcal{D}_1 : x(T) \in \mathcal{D}_2$ לכל פתרון $x(\cdot)$ של $\dot{x} \in F(x)$ (Levant 2005, Levant, Livne 2016, Levant et al 2017)

משפט: $\dot{x} \in F(x)$ א"ס מקומית גלובלית בראשית $x=0$ אם ורק אם היא קונטרקטיבית

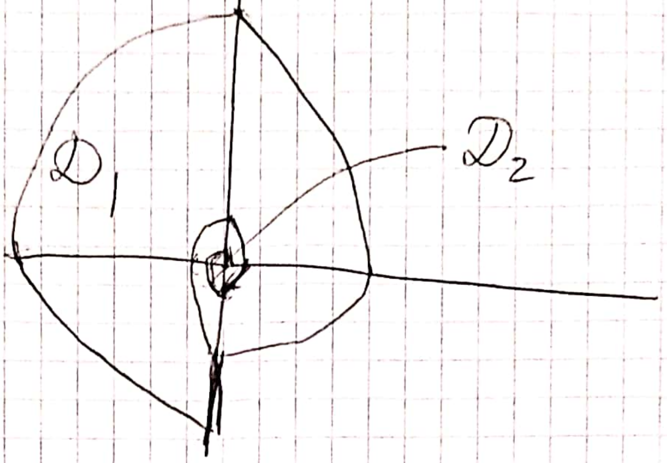
1. $q<0$ ⇐ התכנסות בזמן סופי (מקרה של (!))

2. $q=0$ ⇐ התכנסות אקספוננציאלית

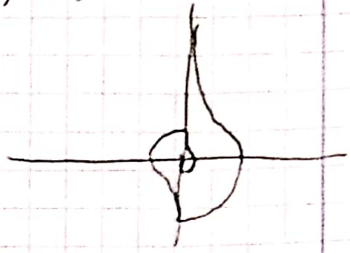
3. $q>0$ ⇐ התכנסות איטית יותר מ-0 אבל בזמן קבוע מכל ∞ לכל ערך!

Fixed Time Convergence

Twisting controller — פוקנא



דיוק פונ׳



$$\dot{x} \in F\left(x(t-\tau[0,1]) + (\varepsilon_1[-1,1], \dots, \varepsilon_2[-1,1])^T\right)$$ פוקף

$$\rho = \max\left(\tau^{\frac{1}{|q|}}, \|\varepsilon\|_h\right), \quad q<0$$

אחרי זמן סופי מתקבלים

$$\|x\|_h \le \mu\rho, \qquad \mu=\mu(F)$$

זמן התכנסות $T_{conv} \le \mu_T \|x(0)\|_h$

יש תנאי התקבלה (Levant, Livne 2016)

הם לא קיימים את המערכת
מתנוססת בתקה עם מעיפה בציצו,
אך אין תלות בפתרון לפני המעיפה
הראשונה

פוקנמן

אין רעש!

Tw. controller $\Rightarrow \|\sigma,\dot\sigma\|_h = \max(|\sigma|^{\frac{1}{2}}, |\dot\sigma|) \le \mu\tau$

$|\sigma| \le \mu_0\tau^2, \ |\dot\sigma| \le \mu_1\tau$ $\quad |\eta| \le \varepsilon, \ \tau$

ε דיוק $\Rightarrow \|\sigma_0,\sigma_1\|_h \le \mu\max\left(\tau, \sqrt{\frac{\varepsilon}{L}}\right) = \mu\rho$

$|z_0 - f_0| \le \mu_0 L\rho^2, \ |z_0 - \dot{f}_0| \le \mu_1 L\rho$