תרגיל 3

1. מה הן הפונקציות עם תרונת ליפשיץ?
(לוקלית סביב כל וקודה בתחום ההגדרה)

$\ln((x-5)^2+1)$, $\sqrt{x(x-1)}$, $|x+\operatorname{tg}x|$, $\sqrt[3]{x^2-1}$

2. מה הן המשוואות (מערכות משוואות דיפרנציאליות) שמקיימות תנאי משפט קיום ויחידות (בתחום ההגדרה).

$y'=y^2+\cos y$, $y'=\sqrt{x}\cdot y$, $y'=y^{\frac{7}{5}}$,

$\begin{cases}\dot y_1=\sqrt{|y_1+y_2|}\cdot \operatorname{tg}t\\ \dot y_2=y_1^2t-y_2\operatorname{tg}t\end{cases}$, $\begin{cases}\dot y_1=|t|y_1+y_2^{\frac{3}{2}}\\ \dot y_2=t^{\frac{2}{3}}y_1\end{cases}$, $\begin{cases}\dot y_1=\ln(y_1+y_2)\\ \dot y_2=y_1^{\frac{1}{3}}|y_2|\end{cases}$

3. לפתור בעיית קושי (לנחש)

$\begin{cases}y''=(y')^2-1+y-x\\ y(1)=1,\ y'(1)=1\end{cases}$, $\begin{cases}\ddot y+\operatorname{arctg}t\cdot\dot y+\sin t\cdot y=0\\ y(0)=0,\ \dot y(0)=0\end{cases}$

4. למצוא (פתרון לבעית קושי) בקירוב לינארי לגבי $\varepsilon\approx 0$ בקטע כולל $t=0$.

$\begin{cases}\dot y=\sin t\sin y+\sin 2t\sin 2y\\ y(0)=\sin\varepsilon\end{cases}$,

$\begin{cases}\dot y=\sin(y-1+\varepsilon)+\sin\varepsilon\\ y(0)=1+\varepsilon\end{cases}$.