(117)

הרצאה 12

$$\begin{cases} \ddot\sigma \in [-C,C] + [K_m,K_M]\, u(z_0(t_k), z_1(t_k)) \\ 0 \le t_{k+1}-t_k = \tau_k \le \tau \quad , \quad t\in[t_k,t_{k+1}) \\ \text{מוסיפים ערכים של } z(t) \text{ בין } t_k \text{ ל-} t_{k+1} \\ \quad (\text{אינטרפולציה}) \\ \dot z(t) = -1.5L^{\frac12}[z_0(t_k)-\hat\sigma(t_k)]^{\frac12} + z_1(t_k) \\ \dot z_1(t) = -1.1L\, sign(z_0(t_k)-\hat\sigma(t_k)) \end{cases}$$

הרעיון כאן $\tau_k=0$ לכל גודל $t_k\to\infty$ $k\to\infty$

ברור ש $t_k \in t-\tau[0,1]$

קיבלנו

$$\begin{cases} \ddot\sigma \in [-C,C] + [K_m,K_M]\, u(z(t-\tau[0,1])) \\ \dot z \in D(z(t-\tau[0,1]) - \sigma(t-\tau[0,1]) + \varepsilon[-1,1]) \end{cases}$$

דיפר'

לפי המשפט מקבלים שעבור אלג' סולו

$$\|(\sigma,\dot\sigma,z_0,z_1)\|_h \le \mu\rho \ , \ \rho=\max(\tau^{1}, \varepsilon^{\frac12})$$

כאשר $\deg \varepsilon = 2$, $\deg_h \tau = p = \deg t = 1$

$\exists t_1>0:$
$\forall t>t_1$ $\quad |\sigma|\le\mu_0\rho^2, |\dot\sigma|\le\mu_1\rho, |z_0|\le\mu_2\rho^2, |z_1|\le\mu_3\rho$ אז

כל הנתון, רק במקומות t_k

אפשר להראות (Levant 2017, Kolmogorov 1939, Yu)
שוויון ~~...~~ לא מושג
לא טוב מ

$$\sup_{f_0, \ell} \sup_t |z_0 - f_0| \leq L\varepsilon, \quad \sup_{f_0, \ell} \sup_t |z_1 - \dot{f}_0| \geq 2L^{\frac{1}{2}}\varepsilon^{\frac{1}{2}}$$ (1Ka)

$\mu_0 \geq 1$, $\mu_1 \geq 2$

<u>גזירה נומרית</u>

מימוש קבוצתי דורש לא הגזירה הנומרית
לפי Euler;

$$t_{k+1} - t_k = \tau_k$$

$$z_0(t_{k+1}) = z_0(t_k) - \lambda_1 \tau_k L^{\frac{1}{2}} [z_0(t_k) - f(t_k)]^{\frac{1}{2}} + \tau_k z_1(t_k)$$

$$z_1(t_{k+1}) = z_1(t_k) - \lambda_0 \tau_k L \operatorname{sign}[z_0(t_k) - f(t_k)]$$

מסמנים את ההפרשים

Taylor:

$$f_0(t_{k+1}) \in f_0(t_k) + \dot{f}_0(t_k)\tau_k + L\frac{\tau_k^2}{2}[-1,1]$$

$$\dot{f}_0(t_{k+1}) \in \dot{f}_0(t_k) + L\tau_k[-1,1]$$

מחלקים ב L ומקבלים

$$\sigma_0(t_{k+1}) \in \sigma_0(t_k) + \left(-\lambda_1 \left[\sigma_0(t_k) + \frac{\varepsilon}{L}[-1,1]\right]^{\frac{1}{2}} + \sigma_1(t_k)\right)\tau_k + \frac{\tau_k^2}{2}[-1,1]$$

$$\sigma_1(t_{k+1}) \in \sigma_1(t_k) + \left(-\lambda_0 \operatorname{sign}\left(\sigma_0(t_k) + \frac{\varepsilon}{L}[-1,1]\right)\right)\tau_k + \tau_k[-1,1]$$

מבצעים אינטרפולציה לינארית ב $[t_k, t_{k+1}]$
ומקבלים

(118)

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_0(t) \in -\lambda_1 \left[\sigma_0(t_k) + \frac{\varepsilon}{L}[-1,1]\right]^{\frac{1}{2}} + \sigma_1(t_k) + \frac{\tau}{2}[-1,1] \\ \dot{\sigma}_1(t) \in -\lambda_0 \, \mathrm{sign}\left(\sigma_0(t_k) + \frac{\varepsilon}{L}[-1,1]\right) + [-1,1] \end{cases}$$

$\tau_k \le \tau$

$t \in [t_k, t_k + \tau_k)$

$t_k \in [t - \tau, t]$

כבר אמרנו!
$\rho > \delta$

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_0 \in -\lambda_1 \left[\sigma_0(t - \tau[0,1]) + \frac{\varepsilon}{L}[-1,1]\right]^{\frac{1}{2}} + \sigma_1(t - \tau[0,1]) + \frac{\tau}{2}[-1,1] \\ \dot{\sigma}_1 \in -\lambda_0 \, \mathrm{sign}\left(\sigma_0(t - \tau[0,1]) + \frac{\varepsilon}{L}[-1,1]\right) + [-1,1] \end{cases}$$

$$\boxed{\rho = \max\left(\tau, \left(\frac{\varepsilon}{L}\right)^{\frac{1}{2}}\right)}$$

לפי (הימשה)
$\deg \tau = 1, \ \deg \varepsilon = 2$

$$|\sigma_0| \le \mu_0 \rho^2 = \mu_0 \max\left(\tau^2, \frac{\varepsilon}{L}\right)$$

$$|\sigma_1| \le \mu_1 \rho = \mu_1 \max\left(\tau, \left(\frac{\varepsilon}{L}\right)^{\frac{1}{2}}\right)$$

$\forall t$ מספיק גדול

$$|z_0(t) - f_0(t)| \le \mu_0 L \rho^2$$

$$|z_1(t) - \dot{f}_0(t)| \le \mu_1 L \rho$$

החישוב הזה, נכון רק לצורך מסדר 1
מקרה כללי בעתיד

בניית בקר SISO למערכת הומוגניות כללי

$$\dot{x} = a(t,x) + b(t,x)u \quad , \quad \sigma(t,x)$$

כלל

היעד: $\sigma \to 0$, נניח הסדר היחסי r ידוע RD

$$\sigma^{(r)} = h(t,x) + g(t,x)u \quad , \quad g \neq 0$$

לא מוגבל

נסמן $\vec{\sigma}_{r-1} = (\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)})$

נניח שאפשר לרשום

$$\sigma^{(r)} \in H(\vec{\sigma}_{r-1}) + G(\vec{\sigma}_{r-1})u \quad , \quad H, G \subset T_{\vec{\sigma}_{r-1}}\mathbb{R}$$

Filippov vector-set functions

$$h(t,x) \in H(\vec{\sigma}_{r-1}(t,x)) \quad , \quad g(t,x) \in G(\vec{\sigma}_{r-1}(t,x))$$

נבחר $u = u(\vec{\sigma}_{r-1})$

אז מתקבל ש

$$\sigma^{(r)} \in H(\vec{\sigma}_{r-1}) + G(\vec{\sigma}_{r-1}) K_F[u](\vec{\sigma}_{r-1})$$

לפי הכללת Filippov

אילו קבוצות חצי-אינסופיות, לכן H, G קבועים

נניח שה H, G הומוגניות, וכך גם u

$$q = -p = -\deg t, \quad \deg\sigma = 1, \quad \deg\sigma^{(i)} = 1 + iq = 1 - i\deg t$$

$$\deg\sigma^{(r)} = 1 + rq \geq 0$$

(אחרת לא חסומות ב-0)

כלומר $\|\vec{\sigma}\|_h$

מהומוגניות מקבלים

$$\sigma^{(r)} \in H(\vec{\sigma}_{r-1}) = [-C, C]\, \|\vec{\sigma}_{r-1}\|_h^{1+rq}$$

$$G(\vec{\sigma}_{r-1}) K_F[u](\vec{\sigma}_{r-1}) = \underbrace{[K_m, K_M]\, K_F\left[\frac{u}{\|\vec{\sigma}\|_h^{\deg u}}\right]}_{\deg = 0} \|\vec{\sigma}_{r-1}\|_h^{1+rq}$$

$$0 < K_m \leq K_M \quad , \quad C \geq 0$$

120

אז ברור שמספיק לקחת מקרה

$$\dot{\sigma}^{(r)} \in [-C, C] \|\vec{\sigma}_{r-1}\|_h^{1+rq} + [K_m, K_M] u(\vec{\sigma}_{r-1})$$

$\deg u = 1+rq$ (לא רוצים $K_r[u]$ מסובכים)

הערה, לכל פונקציה $\deg \varphi = k$

$$\varphi(\vec{\sigma}_{r-1}) = \frac{\varphi(\vec{\sigma}_{r-1})}{\|\vec{\sigma}_{r-1}\|_h^k} \|\vec{\sigma}_{r-1}\|^k$$

$$0 \cdot \text{bounded} \quad \frac{\varphi(\vec{\sigma}_{r-1})}{\|\vec{\sigma}_{r-1}\|_h^k} = \tilde{\varphi}(\vec{\sigma}_{r-1})$$

אם φ חסומה לוקלית, $k>0 \Rightarrow \varphi(0)=0$, $\tilde{\varphi}$ חסומה גלובלית

$k=0 \Rightarrow \varphi$ חסומה גלובלית

$\varphi \in C(\mathbb{R}^r \setminus \{0\}) \Rightarrow \varphi$ quasi continuous

מקרה $r=1$

$$\dot{\sigma} \in [-C, C] |\sigma|^{1+q} + [K_m, K_M] u$$

הבקרה $u = -\alpha \operatorname{sign}\sigma |\sigma|^{1+q} = -\alpha \lceil\sigma\rfloor^{1+q}$

$\alpha > C$

הרעיון | לבנות בקרה ל-RD $r+1$
אם יודע בקרה ל RD r

שיטה אחת Homogeneous Control Templates

$\rightarrow$ בסדר $\dot{\sigma} + \beta_0 \lceil\sigma\rfloor^{1+q} = 0$ AS $\forall q \ge -1$, $\beta_0 > 0$

שני אז $q \ge -\frac{1}{2}$

$$\ddot{\sigma} + \beta_1 \left\lceil \dot{\sigma} + \beta_0 \lceil\sigma_0\rfloor^{1+q} \right\rfloor^{\frac{1+2q}{1+q}} = 0 \quad \text{AS} \quad \text{גם}$$

$$u = -\alpha \left\lceil \dot{\sigma} + \beta_0 \lceil\sigma_0\rfloor^{1+q} \right\rfloor^{\frac{1+2q}{1+q}}$$

מוצבת את

$$\ddot{\sigma} \in [-C, C] \|\vec{\sigma}_1\|_h^{1+2q} + [K_m, K_M] u$$

נעבור למקרה כללי

Homogeneous Control Templates

Recursion step

נניח שקיבלנו

$$\sigma^{(r-1)} + \varphi_{r-1}(\vec{\sigma}_{r-2}) = 0$$

היא הומוגנית AS-1, $\deg t = -q$,

$\deg \sigma = 1$, $\deg \sigma^{(i)} = 1+iq$, $1+(r-1)q \ge 0$

(אין הגבלת כלליות, $\sigma^{(r)}_{tm} = 0$)

נניח $\varphi_{r-1} \in C(\mathbb{R}^{r-1})$, $\deg \varphi_{r-1} = 1+(r-1)q > 0$

~~הגדרה~~ **הגדרה**

$\theta_1, \theta_2 : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ שקולות סימן

Sign equivalent

אם לכל s $\quad \text{sign}\,\theta_1(s) = \text{sign}\,\theta_2(s)$

כאשר $\theta_1(s) \neq 0$ או $\theta_2(s) \neq 0$.

(כלומר אין מגדירים $\text{sign}\, 0$)

משפט

נניח $q \ge -1/r$, $\|\cdot\|_h$ - נורמה הומוגנית כלשהי,

$r \ge 2$, ו-$\Phi_r(\vec{\sigma}_{r-1})$ ו-$\sigma^{(r-1)} + \varphi_{r-1}(\vec{\sigma}_{r-2})$ הם sign-equivalent

$\Phi_r : \mathbb{R}^r \to \mathbb{R}$ quasi continuous (QC)

$\deg \Phi_r \ge 0$

נגדיר בקר

$$u = \alpha V_r(\vec{\sigma}_{r-1})$$

בצורה

(א) $\quad V_r = -\|\vec{\sigma}_{r-1}\|_h^{1+qr-\deg \Phi_r}\, \Phi_r(\vec{\sigma}_{r-1}) \quad$ QC

או

(ב) $\quad V_r = -\|\vec{\sigma}_{r-1}\|_h^{1+qr}\, \text{sign}\, \Phi_r(\vec{\sigma}_{r-1}) \quad$ QC (continuous ב $q > -1/r$)

אז ל-$\alpha > 0$ מספיק גדול הבקר מייצ"ב

$$\sigma^{(r)} \in [-C, C]\|\vec{\sigma}_{r-1}\|_h^{1+rq} + [K_m, K_M]u$$

וכן AS $\quad \sigma^{(r)} + \varphi_r(\vec{\sigma}_{r-1}) = 0$, $\varphi_r = \alpha V_r(\vec{\sigma}_{r-1})$

ו-$\varphi_r \in C$ ב-$q > -1/r$

דוגמא

לעניין

$\gamma > 0$

$\forall A,B \in \mathbb{R} \quad A+B \overset{\text{sign equivalent}}{\sim} [A]^{\gamma}+[B]^{\gamma}$

$r=1, q>-1 \qquad \dot{\sigma}+\beta_0[\sigma]^{1+q}=0$ AS (122)

$\forall a>0 \qquad [\dot{\sigma}]^{\frac{a}{1+q}}+\beta_0^{\frac{a}{1+q}}[\sigma]^{\frac{a}{1}}$ sign equivalent

$r=2, q \overset{OK}{>} -\frac{1}{2} \qquad \ddot{\sigma}+\beta_1\left[[\dot{\sigma}]^{\frac{a}{1+q}}+\beta_0[\sigma]^{\frac{a}{1}}\right]^{\frac{1+2q}{a}}=0$ חדש β_0

AS β_1 גדול מספיק

$[\ddot{\sigma}]^{\frac{a}{1+2q}}+\beta_1[\dot{\sigma}]^{\frac{a}{1+q}}+\beta_0[\sigma]^{\frac{a}{1}}$ sign equivalent

β_0, β_1 חדשים

$r=3, q \overset{OK}{>} -\frac{1}{3} \qquad \dddot{\sigma}+\beta_2\left[[\ddot{\sigma}]^{\frac{a}{1+2q}}+\beta_1[\dot{\sigma}]^{\frac{a}{1+q}}+\beta_0[\sigma]^{\frac{a}{1}}\right]^{\frac{1+3q}{a}}=0$

AS ל β_2 גדול מספיק

$[\dddot{\sigma}]^{\frac{a}{1+3q}}+\beta_2[\ddot{\sigma}]^{\frac{a}{1+2q}}+\beta_1[\dot{\sigma}]^{\frac{a}{1+q}}+\beta_0[\sigma]^{\frac{a}{1}}$ sign equivalent,

$\beta_2, \beta_1, \beta_0$ חדשים

קיבלנו שלכל r, $a>0$, $q>-\frac{1}{r-1}$ ...

קיים בקר הומוגני מהצורה

$$u_r=-\alpha\,\|\vec{\sigma}_{r-1}\|_h^{1+rq-q}\left([\sigma^{(r-1)}]^{\frac{a}{1+(r-1)q}}+\beta_{r-2}[\sigma^{(r-2)}]^{\frac{a}{1+(r-2)q}}+\dots+\beta_0[\sigma]^{\frac{a}{1}}\right)$$

$\deg u_r=\deg \sigma^{(r)}=1+rq$

r-SMC מתאים למקרה $1+rq=0$, $q=-\frac{1}{r}$

$\deg u_r=0$, $u_r=-\alpha\,\|\vec{\sigma}_{r-1}\|_h^{-a}(\dots)$

$$u_r=-\alpha\,\frac{[\sigma^{(r-1)}]^{\frac{a}{1+(r-1)q}}+\beta_{r-2}[\sigma^{(r-2)}]^{\frac{a}{1+(r-2)q}}+\dots+\beta_0[\sigma]^{\frac{a}{1}}}{|\sigma^{(r-1)}|^{\frac{a}{1+(r-1)q}}+\dots+\beta_0|\sigma_0|^{\frac{a}{1}}}$$ Send

~~$\|\vec{\sigma}_{r-1}\|_h = |\sigma^{(r-1)}|^{\frac{a}{1+(r-1)q}}$~~ , $q = -\frac{1}{r}$ אם

$$\|\vec{\sigma}_{r-1}\|_h = \left(|\sigma^{(r-1)}|^{\frac{a}{1+(r-1)q}} + \beta_{r-2}|\sigma^{(r-2)}|^{\frac{a}{1+(r-2)q}} + \dots + \beta_0|\sigma|^{\frac{a}{1}}\right)^{\frac{1}{a}}$$

(123)

ב.3 $q = -\frac{1}{r}$ ולכן

$$u_r(\vec{\sigma}_{r-1}) = -\alpha \frac{[\sigma^{(r-1)}]^{ar} + \beta_{r-2}[\sigma^{(r-2)}]^{\frac{ar}{2}} + \dots + \beta_0[\sigma]^{\frac{ar}{r}}}{|\sigma^{(r-1)}|^{ar} - \dots + \beta_0|\sigma|^{\frac{ar}{r}}}$$

QC גם

נסמן $ar = b$

$$u_r(\vec{\sigma}_{r-1}) = -\alpha \frac{[\sigma^{(r-1)}]^{\frac{b}{1}} + \beta_{r-2}[\sigma^{(r-2)}]^{\frac{b}{2}} + \dots + \beta_0[\sigma]^{\frac{b}{r}}}{|\sigma^{(r-1)}|^{\frac{b}{1}} + \beta_{r-2}|\sigma^{(r-2)}|^{\frac{b}{2}} + \dots + \beta_0|\sigma|^{\frac{b}{r}}}$$

"Simple" r-SMC , Ding, Levant, Li 2015

ולכן $b > 0$ גם

__הוכחת יציבות__

__למה 1__ יהיו $\varphi_1, \varphi_2 \in QC$, $\deg\varphi_1 = \deg\varphi_2 = 0$

$\varphi_1 = 0 \Leftrightarrow \varphi_2 = 0$

אז $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0 : \left\{ \begin{matrix} x \in \mathbb{R}^n \\ x \neq 0 \end{matrix} \middle| |\varphi_1(x)| \leq \delta \right\} \subset \left\{ \begin{matrix} x \in \mathbb{R}^n \\ x \neq 0 \end{matrix} \middle| |\varphi_2(x)| \leq \varepsilon \right\}$

__הוכחה:__ אם $n = 1$ אז

$\forall x > 0\ \ \varphi_1(x) = \text{const}$

$\forall x < 0\ \ \varphi_1(x) = \text{const}$

גם $\varphi_2(x)$ כך ולכן

$n \geq 2$

גם אם (בשלילה) רציפות $\exists\delta : |\varphi_1| \leq \delta$ ⇐ ...

קומפקטית $S_{h_1} = \{x \mid \|x\|_h = 1\}$

נניח בשלילה, ולכן

$\exists\varepsilon > 0\ \forall\delta > 0\ \exists x_\delta \in S_{h_1} : \varphi_1(x_\delta) \leq \delta,\ \varphi_2(x_\delta) \geq \varepsilon$

$\delta_n \to 0,\ x_{\delta_{n_k}} \to x_*,\ \varphi_1(x_*) = 0$

$x_* \in \{x \mid \varphi_2(x) \geq \varepsilon\}$, $\varphi_2(x_*) = 0$

סתירה

Levant 2008

למה 2

$\theta, A, B \in \mathbb{R}$, $|\theta| \le 1$, $0 \le \xi < 1$

$B \ge 0$, $(A,B) \neq (0,0)$

אז (124)

$$\frac{|A+B\theta|}{|A|+B} \le \xi \Rightarrow |A+B\theta| \le \frac{2\xi}{1-\xi} B$$

נניח ש-$B\neq 0$ אחרת $1=\frac{|A|}{|A|} \le \xi < 1$ סתירה

נחלק ב-B, נסמן $\tilde{A} = \frac{|A|}{B}$, $\tilde{\theta} = \theta \cdot \operatorname{sign} A$

נקבל $\frac{|\tilde{A}+\tilde{\theta}|}{\tilde{A}+1} \le \xi$, $\tilde{A} \ge 0$, $|\tilde{\theta}| \le 1$

צריך להוכיח $|\tilde{A}+\tilde{\theta}| \le \frac{2\xi}{1-\xi}$

יש מקרים:

(1) $0 \le \tilde{A} \le \frac{1+\xi}{1-\xi}$

$$|\tilde{A}+\tilde{\theta}| \le \xi(\tilde{A}+1) \le \xi\left(\frac{1+\xi}{1-\xi}+1\right) = \frac{2\xi}{1-\xi}$$

(2) $\tilde{A} > \frac{1+\xi}{1-\xi}$

~~$|\tilde{A}+\tilde{\theta}| \le \xi(\tilde{A}+1)$~~

$$\frac{|\tilde{A}+\tilde{\theta}|}{\tilde{A}+1} = \frac{|\tilde{A}+1+\tilde{\theta}-1|}{\tilde{A}+1} \ge 1-\frac{2}{\tilde{A}+1} > 1-\frac{2}{\frac{1+\xi}{1-\xi}+1} = 1-(1-\xi) = \xi$$

סדרה

$$u = \pm\alpha\, \overline{U}_r = -\alpha \|\vec{\sigma}_{r-1}\|^{1+q_r} \underbrace{\left(\varphi_r(\vec{\sigma}_{r-1})\|\vec{\sigma}_{r-1}\|^{-\deg\varphi_r}\right)}_{\psi(\vec{\sigma}_{r-1})}$$

מקרה (א)

סימון: $\psi \in QC$, $\deg\psi = 0$,

ψ שקולה מסוים $\sigma^{(r-1)} + \varphi_{r-1}(\vec{\sigma}_{r-2})\cdot\delta$ כי $\vec{\sigma}_{r-1}\neq 0$

בכל הספירה $S_{N+1,1}$

נורמה ונוכיח אחרת בשימוש $\|x\|_{N1}$

למה 3

$\exists M>0\ \forall\varepsilon>0\ \exists\delta>0 :$

$$|\psi(\vec\sigma_{r-1})|\le\delta \Rightarrow |\sigma^{(r-1)}+\varphi_{r-1}(\vec\sigma_{r-2})|\le M\frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon}\|\vec\sigma_{r-2}\|_{h1}^{1+(r-1)q}$$

(125)

(כנ"ל, נכון לכל נורמה $\|\cdot\|_{h1}$)

הוכחה:

$$\frac{|\varphi_{r-1}(\vec\sigma_{r-2})|}{\|\vec\sigma_{r-2}\|_{h1}^{1+(r-1)q}}\le M$$

נכון לכל פונקציה $\varphi_{r-1}\in QC,\ \deg\varphi_{r-1}=1+(r-1)q$

$$\forall\varepsilon>0\ \exists\delta>0 : \psi\le\delta \Rightarrow \left|\frac{\sigma^{(r-1)}+\varphi_{r-1}(\vec\sigma_{r-2})}{|\sigma_1^{(r-1)}|+\|\vec\sigma_{r-2}\|_{h1}^{1+(r-1)q}}\right|\le\varepsilon$$

$$\varphi_{r-1}(\vec\sigma_{r-2})=\theta M\|\vec\sigma_{r-2}\|_{h1}^{1+(r-1)q}$$

למה 2 $\Leftarrow$ (*) $|\sigma^{(r-1)}+\varphi_{r-1}(\vec\sigma_{r-2})|\le M\frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon}\|\vec\sigma_{r-2}\|_{h1}^{1+(r-1)q}$

מ.ש.ל.

(*) מבטיח הכל עובד (כי אלו ההומוגניים)

היא AS כאשר $\varepsilon=0$ לפי תנאי המשפט)

לכן ל-ε קטן מספיק הכלה (*) AS $\mathbb{R}^r$

נקפיא ε כלשהו, (*) מבטיח תחום Ω_ε כך $\{\vec\sigma_{r-1}\}$

נסתכל במשוואה

למה 4

$$\sigma^{(r)}+\alpha V_r(\vec\sigma_{r-1})=0$$

אנו צריכים להוכיח שהמשוואה הזו AS

ל-α גדול מספיק כל הגרוניות

נכנסים ל-Ω_ε כדי להישאר בו

או יכול להיות ישירות מתכנסים ל-0 תוך זמן אינסופי

למה 4 בעצם מסיימת הוכחה

לבקר אחד ומשולש

הוכחה. נבחר $\|\cdot\|_{h_1}$ חלקה (C^3) ב-$\vec{\sigma}_{r-1}\neq 0$

$$\Omega_\varepsilon = \left\{\vec{\sigma}_{r-1} \,\middle|\, \Phi_-(\vec{\sigma}_{r-2}) \le \sigma^{(r-1)} \le \Phi_+(\vec{\sigma}_{r-2})\right\}$$

$$\Phi_\pm = \varphi_{r-1}(\vec{\sigma}_{r-2}) \pm M\frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon}\|\vec{\sigma}_{r-2}\|_{h_1}^{1+(r-1)q}$$

ע"י קירוב בספירה היחידה את ~~...~~

קיימות $\hat{\Phi}_+, \hat{\Phi}_- \in C^3$ ב-$\vec{\sigma}_{r-2}\neq 0$

~~מחליפים 2ε~~

$$\varphi_{r-1} \le \hat{\Phi}_+(\vec{\sigma}_{r-2}) < \varphi_{r-1} + M\frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon}\|\vec{\sigma}_{r-2}\|_{h_1}$$

$$\varphi_{r-1} - M\frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon}\|\vec{\sigma}_{r-2}\|^{1+(r-1)q} < \hat{\Phi}_-(\vec{\sigma}_{r-2}) \le \varphi_{r-1}(\vec{\sigma}_{r-2})$$

$$\hat{\Omega}_\varepsilon = \left\{\vec{\sigma}_{r-1} \,\middle|\, \hat{\Phi}_- \le \sigma^{(r-1)} \le \hat{\Phi}_+\right\} \subset \Omega_\varepsilon$$

בפנים

לפי למה 1, $|\psi| \ge \xi_0 > 0$ כאשר $\vec{\sigma}_{r-1} \notin \hat{\Omega}_\varepsilon$

$$\hat{\hat{\Omega}}_\varepsilon \subset \hat{\Omega}_\varepsilon \subset \Omega_\varepsilon$$

(במקום ε) $\Leftarrow$

$\hat{\hat{\Omega}}_\varepsilon$ גם מגדיר, $\hat{\hat{\Phi}}_\pm = \varphi_{r-1}(\vec{\sigma}_{r-2}) \pm M\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\|\vec{\sigma}_{r-2}\|_{h_1}^{1+(r-1)q}$

$$\Rightarrow \left(\sigma^{(r-1)} \mp \hat{\Phi}_\pm\right)^{\circ} \ge \sigma^{(r)}_{\mp\max}\left\|\hat{\Phi}_\pm\right\|_{S_{h_1}} \cdot \|\vec{\sigma}_{r-1}\|_h^{1+rq} \cdot c_0$$

לכל

קבוע

$$\sigma^{(r)} = \alpha U_r(\vec{\sigma}_{r-1}) = -\alpha\psi(\vec{\sigma}_{r-1}) \cdot \|\vec{\sigma}_{r-1}\|^{1+rq}$$

U_r שולט כאשר α גדול מספיק

(127)

$\Delta_\pm = \sigma^{(r-1)} \mp \varphi_\pm(\vec{\sigma}_{r-2})$ סימון

$\deg \dot{\Delta}_\pm = 1 + rq \geq 0$

~~$|\dot{\Delta}| \le C_1 \|\vec{\sigma}_r$~~ $|\Delta_\pm| \le C_1 \|\vec{\sigma}_{r-1}\|^{1+(r-1)q}$

(הקרן)

$\dot{\Delta}_+ \in \alpha \Psi_r \|\vec{\sigma}_{r-1}\|_{h1}^{1+rq} + [-C_0, C_0] \|\vec{\sigma}_{r-1}\|_{h1}^{1+rq} =$

$\Delta_+ > 0$ נניח

$= \left(\alpha \Psi_r + [-C_0, C_0]\right) \|\vec{\sigma}_{r-1}\|_{h1}^{1+rq}$

נניח $\|\vec{\sigma}_{r-1}\| \neq 0$, סופי $|\Delta_+|^{\frac{1}{2}}$
$\frac{|\Delta_+|^{\frac{1}{2}}}{\|\vec{\sigma}_{r-1}\|} \to 0 \Leftarrow$ נעמר $\|\vec{\sigma}_{r-1}\| \ge \varepsilon \Leftarrow$
$\dot{\Delta}_+ \le \gamma \Delta_+^{\frac{1}{2}} \Leftarrow \frac{[\ldots]}{\|\vec{\sigma}_{r-1}\|} > |\Delta_+|^{\frac{1}{2}} \Leftarrow$
FT בכל

$\gamma < 0$

$\dot{\Delta}_+ \le \gamma \Delta_+^{\frac{1+rq}{1+(r-1)q}} = \gamma \Delta_+^{\lambda}$, $\frac{1+rq}{1+(r-1)q} = \lambda$

א) $q < 0 \Rightarrow 0 < \lambda < 1 \Rightarrow \Delta$ מתאפס בזמן סופי

ב) $q \geq 0 \Rightarrow \lambda \geq 1 \Rightarrow \Delta \to 0$ אסימפטוטית

וגם $\|\vec{\sigma}_{r-1}\| \to 0$ אך עוזב בזמן סופי, אך Ω_ε נשאר

אותו דבר עבור Δ_-, רק $\Delta_- < 0$

$\dot{\Delta}_- \geq \gamma |\Delta|^{\lambda}$

מ.ש.ל.

מקרה של בקר סייני - דומה,

בקר להלה.

$\sigma^{(r)} \in [-C, C] \|\vec{\sigma}_{r-1}\|_h^{1+rq} + [K_m, K_M] \alpha U_r(\vec{\sigma}_{r-1})$ אבל סימון! כאשר $|\Psi| >$ const

עדיין מתקבלים

~~$|\dot{\Delta}_\pm| \le \hat{\gamma}$~~ $\dot{\Delta}_+ \le \hat{\gamma} \Delta^{\lambda}$

מקדם אחר

מ.ש.ל.