

1. δ נצטרך להוכיח כי λ ו- μ הם מספרים ממשיים.

הנני מניח.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \sin[(\mu-1)x] + (\mu+3)y + 1 - \cos(\mu y) & = f_1(x, y) \\ \dot{y} = e^{(3-\mu)x} + (1-2\mu)y - 1 & = f_2(x, y) \end{cases}$$

$$\left. \frac{\partial f(x, y)}{\partial (x, y)} \right|_{x=0, y=0} = \begin{pmatrix} \mu-1 & \mu+3 \\ 3-\mu & 1-2\mu \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu-1 & \mu+3 \\ 3-\mu & 1-2\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} \quad \text{סביבת נקודה קריטית}$$

$$p(\lambda) = \lambda^2 - (\mu-1 + 1-2\mu)\lambda + (\mu+3)(\mu-3) + (\mu-1)(1-2\mu)$$

$$= \lambda^2 + \mu\lambda + \mu^2 - 9 + \mu - 1 - 2\mu^2 + 2\mu =$$

$$= \lambda^2 + \mu\lambda - \mu^2 + 3\mu - 10$$

$$\mu > 0, \quad -\mu^2 + 3\mu - 10 > 0 \quad \text{לא נכון}$$

$$\mu^2 - 3\mu + 10 < 0 \quad \left(\mu - \frac{3}{2}\right)^2 + 10 - \frac{9}{4} < 0$$

נכון

μ אינו ממשי

$$\ddot{y} + \sin(\mu_1 \ddot{y}) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \mu_2 \dot{y}\right) + (\mu_3 + 1)(y + \cos y - 1) = 0$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \end{aligned} \quad \begin{aligned} x_1 &= y, \quad x_2 = \dot{y}, \quad x_3 = \ddot{y} \\ x_1 &= x_2 = x_3 = 0 \end{aligned} \quad \text{נכנסים}$$

$$\dot{x}_3 = -\left(\sin(\mu_1 x_3) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \mu_2 x_2\right) + (\mu_3 + 1)(x_1 + \cos x_1 - 1)\right)$$

סעיף 3.1.1

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ (\mu_3 + 1)(x_1 + \cos x_1 - 1) & -\mu_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \mu_2 x_2\right) & \mu_1 \cos(\mu_1 x_3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$x_1 = 0$
 $x_2 = 0$
 $x_3 = 0$

נסתכל ב- $z = z_1$

$$\ddot{z} + \mu_1 \dot{z} - \mu_2 z + (\mu_3 + 1)z = 0$$

$$P(\lambda) = \lambda^3 + \mu_1 \lambda^2 - \mu_2 \lambda + (\mu_3 + 1)$$

$$\mu_1 > 0, \mu_2 < 0, 0 < \mu_3 + 1 < \mu_1 |\mu_2| : \text{אם } \mu_1, \mu_2, \mu_3 \text{ הם מספרים ממשיים}$$

$$0 < \mu_3 < \mu_1 |\mu_2| - 1$$

$$\boxed{\mu_1 > 0, \mu_2 < -\frac{1}{\mu_1}, 0 < \mu_3 < \mu_1 |\mu_2| - 1} \quad \text{אם } \mu_1, \mu_2, \mu_3 \text{ הם מספרים ממשיים}$$

3

$$\dot{x} = \sin(\mu x - 2\mu y) + \cos \mu x - 1 = f_1(x, y)$$

$$\dot{y} = e^{\mu x - y} + \ln(\mu y + 1) - 1 = f_2(x, y)$$

$$\left. \frac{\partial f(x, y)}{\partial (x, y)} \right|_{\substack{x=0 \\ y=0}} = \left(\begin{array}{cc} \mu \cos(\mu x - 2\mu y) - \mu \sin \mu x & -2\mu \cos(\mu x - 2\mu y) \\ \mu e^{\mu x - y} & -e^{\mu x - y} + \frac{\mu}{\mu y + 1} \end{array} \right) \bigg|_{\substack{x=0 \\ y=0}} \\ = \begin{pmatrix} \mu & -2\mu \\ \mu & \mu - 1 \end{pmatrix}$$

$$p(\lambda) = \det \begin{pmatrix} \mu - \lambda & -2\mu \\ \mu & \mu - 1 - \lambda \end{pmatrix}$$

$$p(\lambda) = \lambda^2 - (2\mu - 1)\lambda + \mu(\mu - 1) + 2\mu^2$$

$$1 - 2\mu > 0 \quad \& \quad 3\mu^2 - \mu > 0 \quad : \text{אין נקודות קיצון}$$

$$\mu < \frac{1}{2} \quad \& \quad (\mu < 0 \text{ או } \mu > \frac{1}{3})$$

$\mu < 0 \text{ או } \frac{1}{3} < \mu < \frac{1}{2} : \text{אין נקודות קיצון}$

: אין נקודות קיצון