תרגול מספר 5 ,6

מעגלים ספרתיים

- נבנה מעגלים עם זיכרון.
- נכיר 3 סוגי רכיבים:
  – דלגלגים: FlipFlops
  – אוגרים: Registers
  – מונים: Counters

Flip Flops

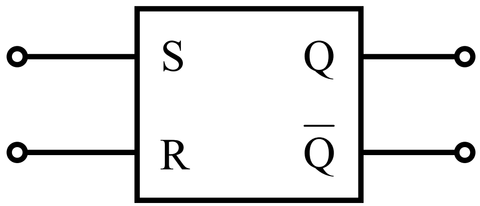
- נכיר 4 סוגים:
  - SR-FF
  - T-FF
  - D-FF
  - JK-FF
- כל FF מהווה יחידת זיכרון לסיבית אחת.
- בעל 2 יציאות $Q, \overline{Q}$ באשר הסיבית המאוחסנת נתונה ע"י Q

Set Reset Flip Flop – SR-FF

- בעזרת S,R ניתן לשנות את הסיבית הנשמרת ב-FF והדרך נתונה בטבלת האמת הבאה:

S	R	Q_{t+1}	$\overline{Q}_{t+1}$
0	0	Q_t	$\overline{Q}_t$
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	*Undefined*	

סימון:

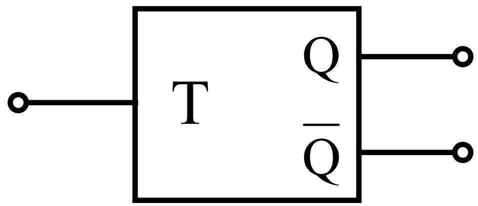


Toggle Flip Flop – T-FF

- בעזרת T ניתן להפוך את הסיבית הנשמרת ב-FF והדרך נתונה בטבלת האמת הבאה:

T	Q_{t+1}	$\overline{Q_{t+1}}$
0	Q_t	$\overline{Q_t}$
1	$\overline{Q_t}$	Q_t

סימון:



JK-FF

- משלב בין SR-FF ל-T-FF.
- מתנהג כמו SR-FF אך בנוסף מתיר את הצירוף 1,1 בכניסה שגורם להיפוך מצב ה-FF.

FF changes		Required input	
From	To	J	K
0	0	0	ϕ
0	1	1	ϕ
1	0	ϕ	1
1	1	ϕ	0

J	K	Q_{t+1}
0	0	Q_t
0	1	0
1	0	1
1	1	$\overline{Q_t}$

תרגיל

- ממש T-FF באמצעות SR-FF ושערים לוגיים.
- פתרון:
  עלינו להביע את S ואת R באמצעות T ו-Q_t
  נציג את טבלאות האמת של T-FF ו-SR-FF.

T	S	R	Q_t	Q_{t+1}
0	0	ϕ	0	0
1	1	0	0	1
1	0	1	1	0
0	ϕ	0	1	1

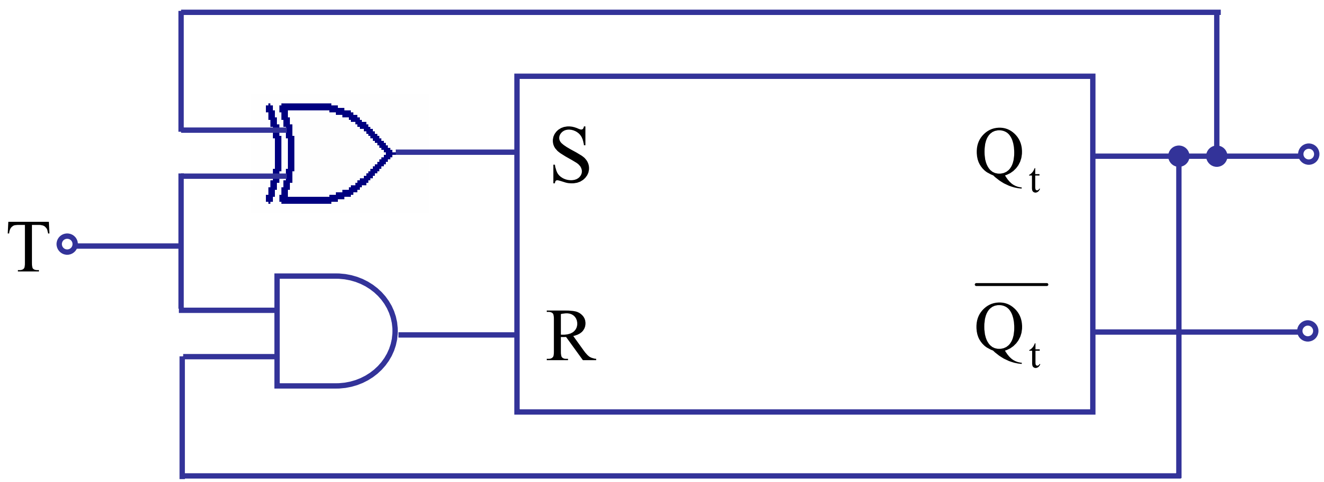
המשך פתרון

Q_t	T	S
0	0	0
0	1	1
1	0	ϕ
1	1	0

Q_t	T	R
0	0	ϕ
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$S = Q_t \oplus T$$

$$R = Q_t T$$

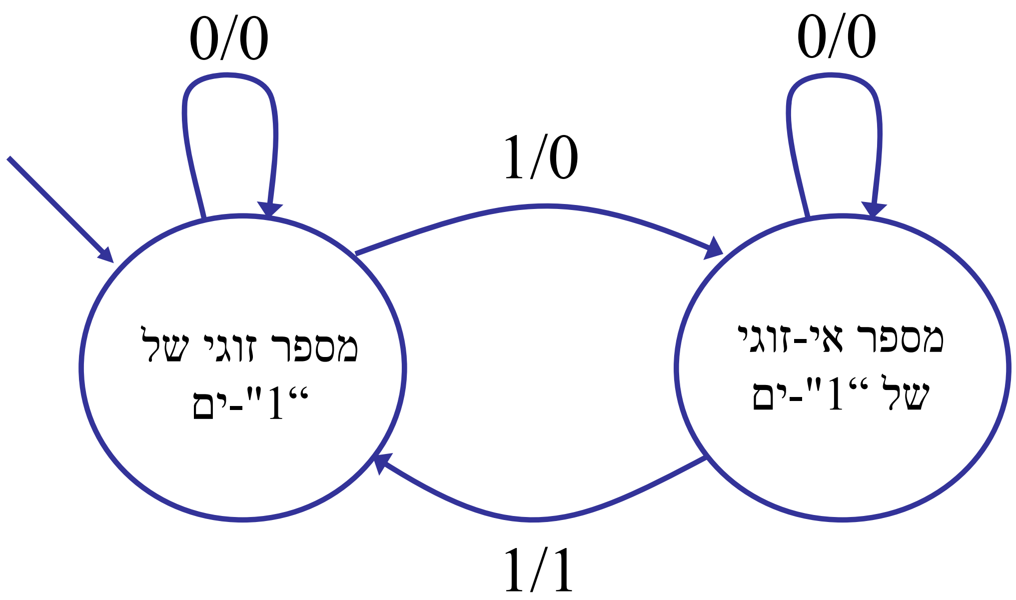


מכונת מצבים

- מספר סופי של מצבים
- הקלט הוא רצף ספרות בינריות
- כל קלט מבצע שני דברים:
  - מעביר את המכונה למצב אחר או משאיר אותה באותה מצב
  - מדפיס ביט
    - בעת המעבר Mealy Machine
    - מתוך המצב Moore Machine
- מתוארת גרפית ע"י גרף מכוון:
  - כל מצב מתואר ע"י צומת
  - מעבר אפשרי בין מצבים עבור קלט מסוים יתואר ע"י קשת מכוונת בין הצמתים המתאימים
- מוגדר מצב התחלתי

דוגמא

- ממש מכונת מצבים שמדפיסה 1 עבור כל 1 שני שהיא מקבלת ואפס אחרת.

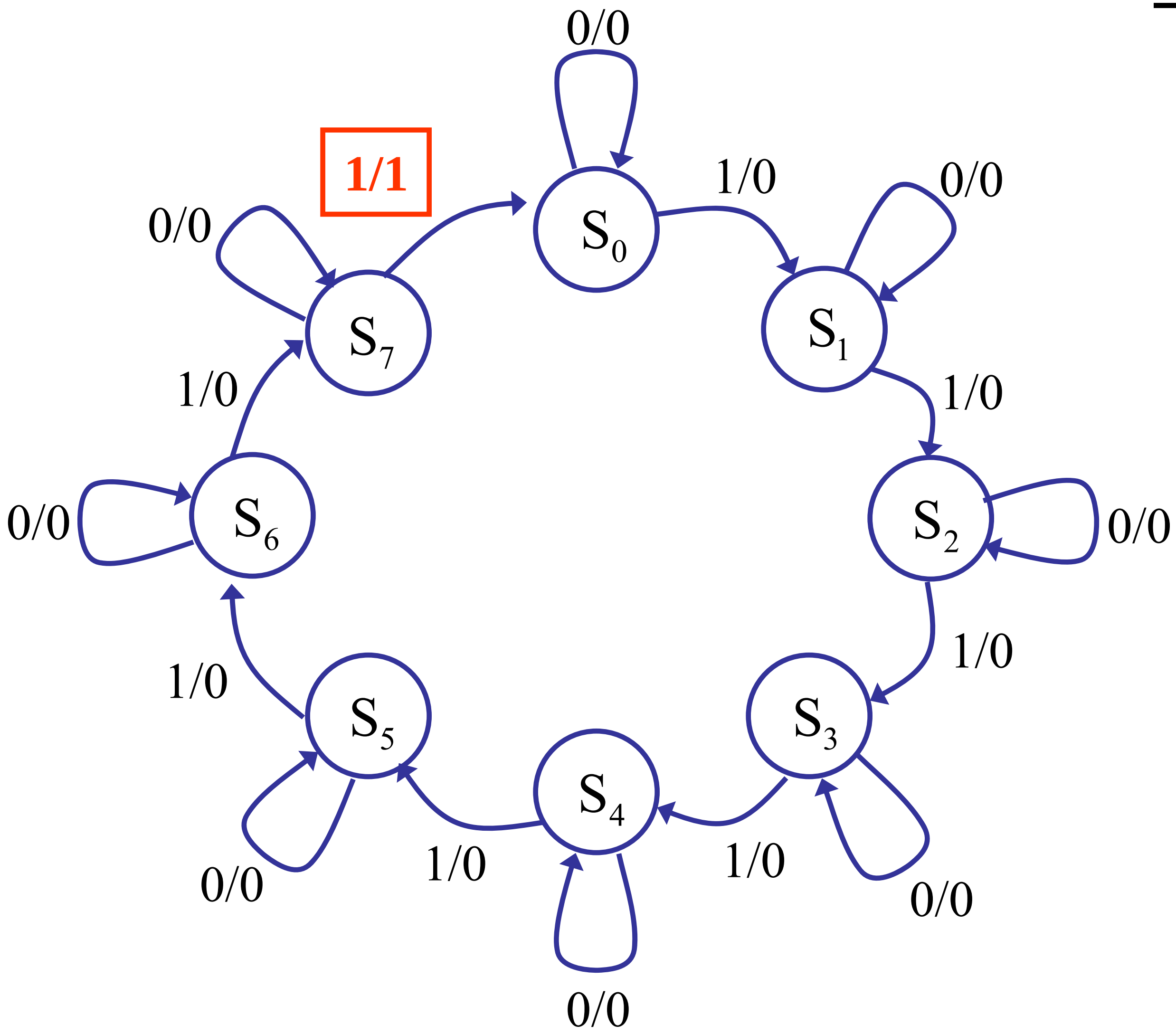


תרגיל

- תכנן מערכת שמדפיסה 1 כל "1" שמיני שהיא קולטת ו-0 אחרת תוך שימוש ב:
  - a) 3 רכיבי T-FF ושערים לוגיים באופן מינימלי.
  - b) 3 רכיבי SR-FF ושערים לוגיים באופן מינימלי.
- פתרון מערכות העושות שימוש במכונות מצבים נעשה ב-5 שלבים:
  - שלב I: בניית דיאגרמת מצבים
  - שלב II: בניית טבלת מצבים
  - שלב III: צמצום מצבים
  - שלב IV: מימוש לוגי
  - שלב V: שרטוט המעגל

פתרון

- <u>שלב I:</u> דיאגרמת מצבים



פתרון - המשך

- <u>שלב II:</u> טבלת מצבים

	NS		Output	
PS	X=0	X=1	X=0	X=1
S_0 $(000)_2$	000	001	0	0
S_1 $(001)_2$	001	010	0	0
S_2 $(010)_2$	010	011	0	0
S_3 $(011)_2$	011	100	0	0
S_4 $(100)_2$	100	101	0	0
S_5 $(101)_2$	101	110	0	0
S_6 $(110)_2$	110	111	0	0
S_7 $(111)_2$	111	000	0	1

פתרון - המשך

- שלב III: בשלב זה נדלג על צמצום המצבים
- שלב IV: מימוש לוגי עבור (a)

ערכי הדלגלגים מכילים את המצב הנוכחי - PS

	Next State	
	X=0	X=1
$Q_3Q_2Q_1$	$T_3T_2T_1$	$T_3T_2T_1$
000	000	001
001	000	011
010	000	001
011	000	111
100	000	001
101	000	011
110	000	001
111	000	111

מה שנזין לדלגלגים על-מנת שהם יכילו את המצב החדש

דוגמא לפישוט במפת קרנו של T_2

$XQ_3 \backslash Q_2Q_1$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

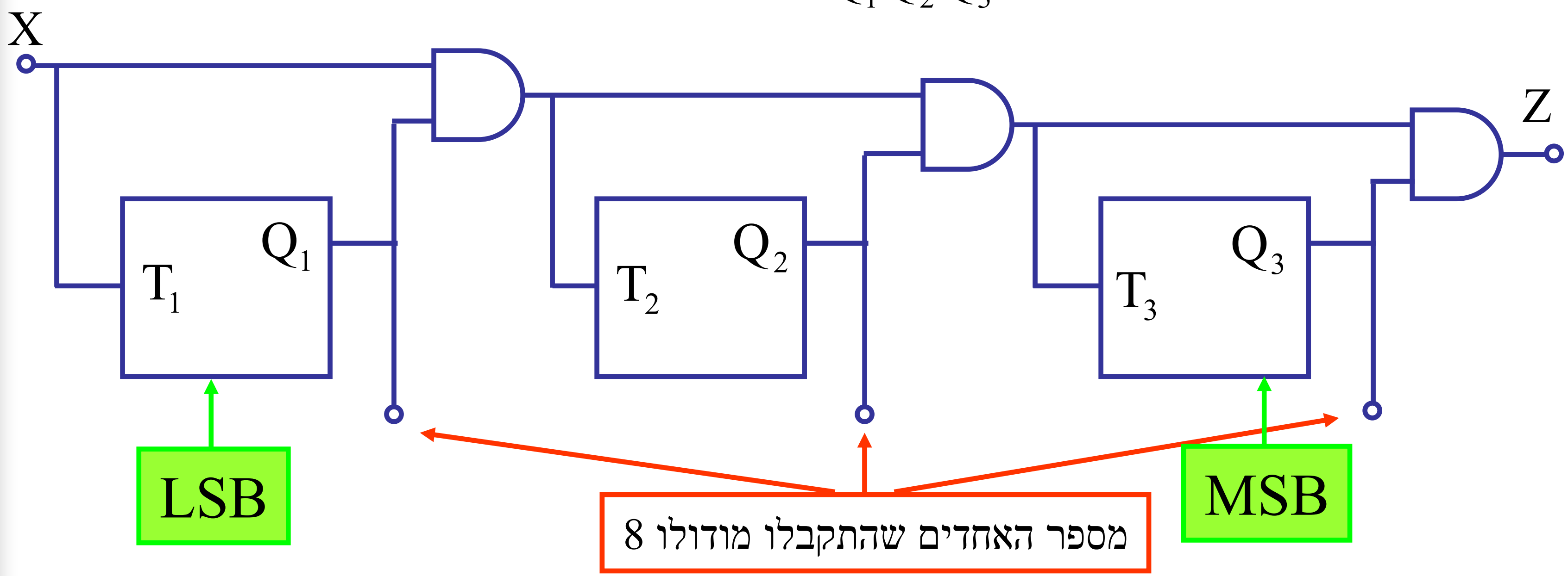
נקבל ש:

$$\boxed{T_2 = XQ_1}$$

המשך שלב IV עבור (a)

- נמצא את T_1,T_2,T_3 ו- Z (פלט המערכת) כפונקציות של X,Q_1,Q_2,Q_3 בעזרת מפות קרנו ונקבל:

$$T_1 = X$$
$$T_2 = XQ_1$$
$$T_3 = XQ_1Q_2$$
$$Z = XQ_1Q_2Q_3$$



פתרון - המשך

- שלב IV: מימוש לוגי עבור (b)

	X=0						X=1					
$Q_3Q_2Q_1$	S_3	R_3	S_2	R_2	S_1	R_1	S_3	R_3	S_2	R_2	S_1	R_1
000	0	ϕ	0	ϕ	0	ϕ	0	ϕ	0	ϕ	1	0
001	0	ϕ	0	ϕ	ϕ	0	0	ϕ	1	0	0	1
010	0	ϕ	ϕ	0	0	ϕ	0	ϕ	ϕ	0	1	0
011	0	ϕ	ϕ	0	ϕ	0	1	0	0	1	0	1
100	ϕ	0	0	ϕ	0	ϕ	ϕ	0	0	ϕ	1	0
101	ϕ	0	0	ϕ	ϕ	0	ϕ	0	1	0	0	1
110	ϕ	0	ϕ	0	0	ϕ	ϕ	0	ϕ	0	1	0
111	ϕ	0	ϕ	0	ϕ	0	0	1	0	1	0	1

דוגמא לפישוט במפת קרנו של S_3

$XQ_3 \backslash Q_2Q_1$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
11	ϕ	ϕ	0	ϕ
10	0	0	1	0

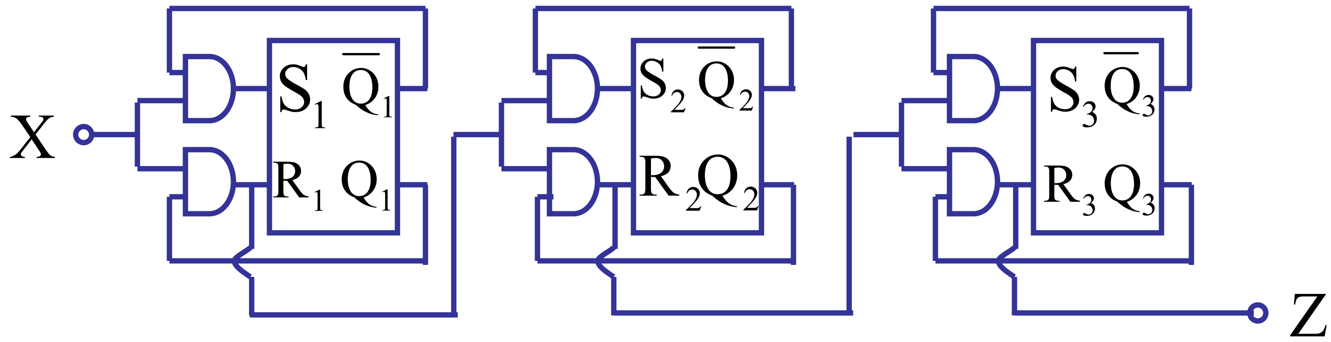
נקבל ש:

$$\boxed{S_3 = X\overline{Q_3}Q_2Q_1}$$

המשך שלב IV עבור (b)

- נמצא את $S_1, R_1, S_2, R_2, S_3, R_3$ ו- Z (פלט המערכת) כפונקציות של X, Q_1, Q_2, Q_3 בעזרת מפות קרנו ונקבל:

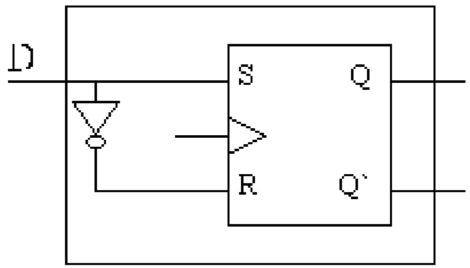
$$S_1 = X\overline{Q_1} \qquad R_1 = XQ_1$$
$$S_2 = X\overline{Q_2}Q_1 \qquad R_2 = XQ_2Q_1$$
$$S_3 = X\overline{Q_3}Q_2Q_1 \qquad R_3 = XQ_3Q_2Q_1$$
$$Z = XQ_3Q_2Q_1$$



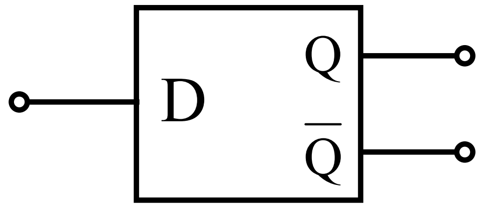
D-FF

- ממומש באופן הבא:

מימוש:



סימון:



- התנהגותו מוגדרת ע"י:

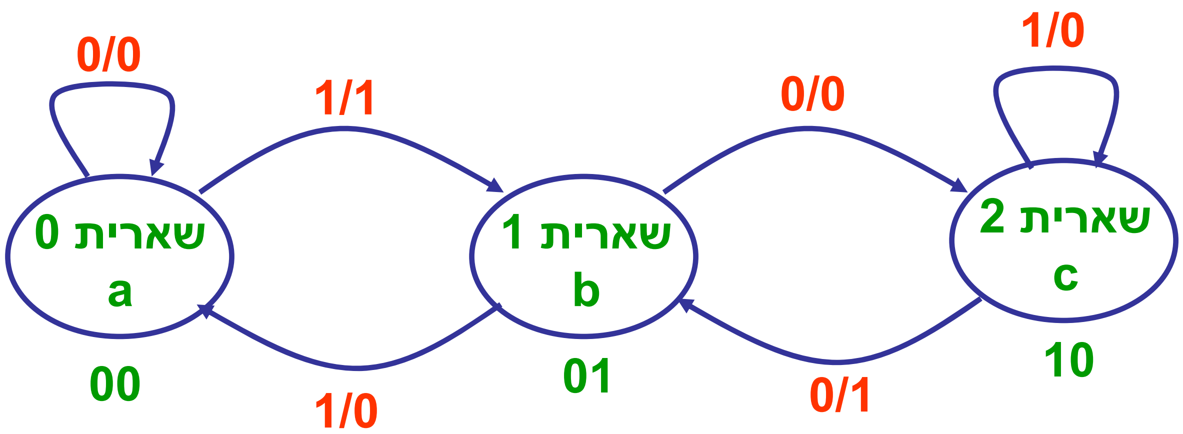
טבלת מעברים:

D	Q_t	Q_{t+1}
0	0	0
1	0	1
0	1	0
1	1	1

D	Q_{t+1}
0	0
1	1

תרגיל

- תכנן מערכת סינכרונית בעלת כניסה X_t שמדפיסה 1 אמ"מ $(X_1 \ldots X_t) \bmod 3 = 1$ בעזרת D-FF-ים (הקלטים מגיעים מימין).
- פתרון:
  – שלב I: דיאגרמת מצבים
  נשים לב ש: אפס מימין מכפיל פי 2
  אחד מימין מכפיל פי 2 ומוסיף 1



פתרון - המשך

- שלב II-IV:

D$_1$D$_2$/Output

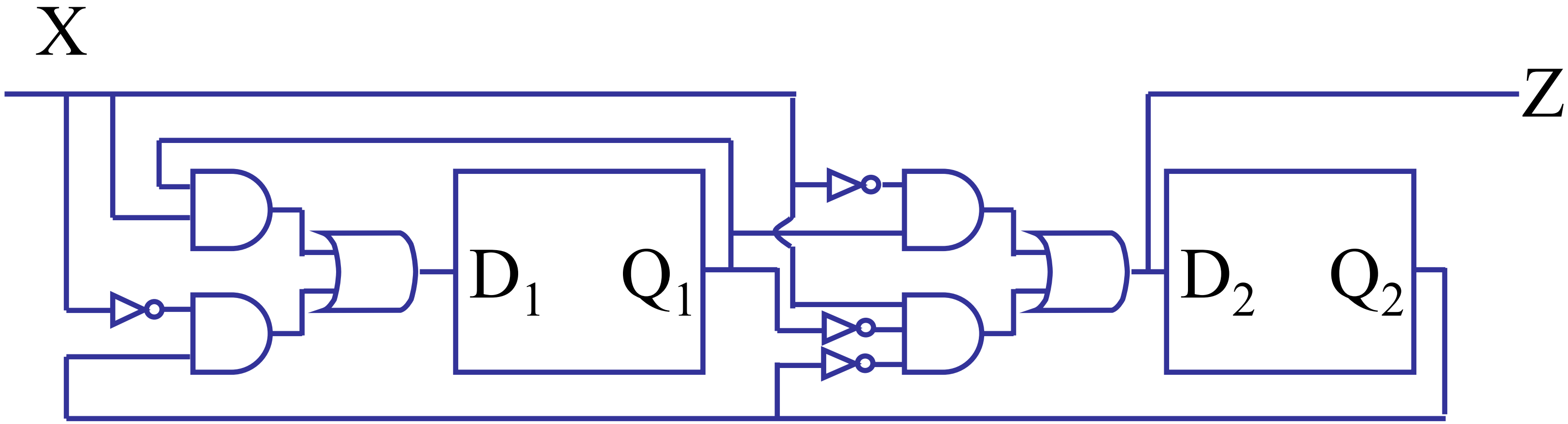
	$Q_1\,Q_2$	X=0	X=1
A	00	00/0	01/1
B	01	10/0	00/0
C	10	01/1	10/0
	11	XX/X	XX/X

אין מה לצמצם

$$D_1 = \overline{X}Q_2 + XQ_1$$

$$D_2 = \overline{X}Q_1 + X\overline{Q_1}\,\overline{Q_2}$$

$$Z = D_2$$



צמצום מצבים במכונה

- לעיתים ניתן למצוא מכונה M_2 בעלת מספר מצבים קטן יותר ממכונה נתונה M_1 אשר *שקולה* לה.
- מכונה M_2 נקראת שקולה ל- M_1 אמ"מ לכל מצב ב- M_2 קיים *מצב שקול* ב- M_1 וההפך.
- מצבים ייקראו שקולים אם לכל קלט הם יניבו את אותו פלט ויעברו לאותו מצב, וזאת בין אם הם המצבים ההתחלתיים ובין אם לאו.

אלגוריתם לצמצום מצבים

- עלינו לחלק את קבוצת המצבים $S=\{s_i\}_{i=0}^{n}$ לחלוקה $P=\{\widetilde{S}_j\}_{j=0}^{k}$ $\quad \widetilde{S}_j \subseteq S$ ואשר המכונה המתקבלת מהמצבים החדשים שקולה למכונה שהתחלנו ממנה.
- The P_{k+1} partition is obtained from P_k by placing in the same block of P_{k+1} those states which are in the same block of P_k and whose I_i-successor for <u>every possible I_i</u> are also in a common block of P_k.

Taken from the book: **Switching and finite automata theory** by Kohavi, Zvi, McGraw-Hill, 1978 -

- התהליך מסתיים כאשר $P_{k+1}=P_k$ עבור k מסוים.

החלוקות

- **חלוקה ראשונה** תמיד על פי קבוצת פלט – יש לכל היותר 4 אפשרויות : 00,01,10,11 .
- חלוקות הבאות:
  - לכל בלוק/תת-קבוצה בודקים לאיזה מצבים עוברים המצבים שבבלוק עבור קלט 0.
    - אם הם עוברים לקבוצת מצבים שמוכלת בבלוקים שונים בחלוקה הנוכחית – נפרק למספר בלוקים בהתאם למספר הקבוצות שבהן נמצאים המצבים שמגיעים אליהם.
    - אם הם עוברים לקבוצת מצבים שמוכלת בבלוק אחד בחלוקה הנוכחית – לא נפרק את הבלוק הנבדק.
  - עושים את אותו דבר עבור קלט 1.

דוגמא לצמצום מצבים

PS	NS	
	X=0	X=1
A	E/0	D/1
B	F/0	D/0
C	E/0	B/1
D	F/0	B/0
E	C/0	F/1
F	B/0	C/0

$$P_0 = (ABCDEF)$$
$$P_1 = (ACE)(BDF)$$
$$P_2 = (ACE)(BD)(F)$$
$$P_3 = (AC)(E)(BD)(F)$$
$$P_4 = \underbrace{(AC)}_{\alpha}\underbrace{(E)}_{\beta}\underbrace{(BD)}_{\gamma}\underbrace{(F)}_{\delta}$$

Example taken from the book: **Switching and finite automata theory** by Kohavi, Zvi, McGraw-Hill, 1978 -

דוגמא לצמצום מצבים

- המכונה המצומצמת שמתקבלת היא:

PS	NS	
	X=0	X=1
α	β/0	γ/1
β	α/0	δ/1
γ	δ/0	γ/0
δ	γ/0	α/0

דוגמא נוספת לצמצום מצבים

PS	NS	
	X=0	X=1
A	E/0	C/0
B	C/0	A/0
C	B/0	G/0
D	G/0	A/0
E	F/1	B/0
F	E/0	D/0
G	D/0	G/0

$$P_0 = (ABCDEFG)$$
$$P_1 = (ABCDFG)(E)$$
$$P_2 = (AF)(BCDG)(E)$$
$$P_3 = (AF)(BD)(CG)(E)$$
$$P_4 = (A)(F)(BD)(CG)(E)$$
$$P_5 = \underbrace{(A)}_{\alpha}\underbrace{(F)}_{\beta}\underbrace{(BD)}_{\gamma}\underbrace{(CG)}_{\delta}\underbrace{(E)}_{\varepsilon}$$

Example taken from the book: **Switching and finite automata theory** by Kohavi, Zvi, McGraw-Hill, 1978 -

דוגמא נוספת לצמצום מצבים

- המכונה המצומצמת שמתקבלת היא:

PS	NS	
	X=0	X=1
α	ε /0	δ/0
β	ε /0	γ/0
γ	δ/0	α/0
δ	γ/0	δ/0
ε	β/1	γ/0