

מבחן בקורס תרמודינמיקה סטטיסטית (351.3209)

פרופ' חיים דימנט

יש לענות על שלוש שאלות מתוך הארבע.

מותר שימוש בכל חומר עזר.

אין צורך לרשום מחדש דברים שנרשמו כבר בספר, במחברת הכתה, בתרגילים או בפתרונותיהם.

כל התוצאות צריכות להיות מבוטאות באמצעות נתוני השאלה בלבד.

משך המבחן שלוש שעות.

1. נתון גז אידיאלי של חלקיקים (פרמיונים או בוזונים) בעלי ספין s בטמפרטורה T , נפח V , ופוטנציאל כימי μ .

א. כתבו ביטויים אינטגרליים למספר החלקיקים עבור גז פרמיוני ועבור גז בוזוני. (8 נק)

ב. הוכיחו כי מתקיימת משוואת מצב מהצורה:

$$\rho = (2s + 1)\lambda_T^{-3} g(a)$$

כאשר ρ היא צפיפות הגז, λ_T הוא אורך הגל התרמי ו- $g(a)$ היא פונקציה של האקטיביות

$a = e^{\mu/(k_B T)}$. בלבד. מצאו את הביטויים האינטגרליים המפורשים עבור הפונקציה $g(a)$ במקרה

של פרמיונים ובמקרה של בוזונים. (15 נק)

ג. מהי הפונקציה $g(a)$ בגבול של גז בלתי-מנוון בעל ספין 0? עבור אילו ערכים של a מתכנסות

הפונקציות שרשמתם בסעיף ב' לפונקציה זו? (10 נק)

2. נתונה מערכת המכילה מולקולות בלתי-תלויות וניתנות להבחנה. הסכום על המצבים (פונקצית החלוקה הקנונית) עבור מולקולה אחת הוא q . מצמידים את המערכת תרמית ודיפוזיבית לאמבט בעל טמפרטורה T ופוטנציאל כימי μ .

א. חשבו את פונקצית החלוקה הגרנד-קנונית. (11 נק)

ב. חשבו את מספר המולקולות הממוצע, $\langle N \rangle$. (11 נק)

ג. חשבו את ההסתברות שהמערכת תהיה ריקה ממולקולות. הוכיחו כי בגבול התרמודינמי

($\langle N \rangle \rightarrow \infty$) הסתברות זו שואפת לאפס. חשבו את ערכיהם של μ ושל $\langle N \rangle$, שעבורם הסתברות

זו תהיה שווה ל- 1%. (11 נק)

3. משטח בעל שטח A , טעון בצפיפות מטען חיובית σ , ניצב ב- $x = 0$, כלומר במישור yz . הוא מגביל יון שלילי בעל מטען $-e$ לתחום $x > 0$. בין היום למשטח יש אינטראקציה מושכת, שהאנרגיה שלה ניתנת על-ידי $E(\vec{r}) = 4\pi\sigma e x$.

א. חשבו את פונקציית החלוקה הקנונית של היום. (11 נק)

ב. חשבו את האנרגיה הממוצעת הכוללת של היום. מהן תרומת האנרגיה הקינטית ותרומת האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה הממוצעת? (11 נק)

ג. חשבו את המרחק הממוצע של היום מן המשטח ואת סטית התקן במרחק. (11 נק)

4. נתון גז מונואטומי בעל N אטומים בנפח V ובטמפרטורה T . פוטנציאל האינטראקציה בין האטומים ניתן ע"י:

$$v(r) = \begin{cases} v_0, & 0 < r < \sigma \\ 0, & r > \sigma \end{cases}$$

כאשר v_0 ו- σ קבועים חיוביים.

א. חשבו את המקדם הויריאלי השני של הגז. (8 נק)

ב. במסגרת פיתוח ויריאלי מסדר שני, חשבו את האנרגיה הפנימית של הגז. (8 נק)

ג. שרטטו גרף איכותי של תרומת האינטראקציות לאנרגיה הפנימית כפונקציה של חוזק האינטראקציה v_0 . חשבו את הערך של v_0 , שעבורו תרומה זו מירבית. (8 נק)

ד. הסבירו את תוצאת סעיף ג' – כיצד יתכן שעם עליית חוזק האינטראקציה הדוחה, האנרגיה הפנימית מתחילה בשלב מסוים לרדת? מה היתה תוצאת סעיף ג', אם האינטראקציה היתה מושכת ($v_0 < 0$)? (9 נק)

בהצלחה!