

מבחן בקורס תרמודינמיקה סטטיסטית (351.3209)

פרופ' חיים דימנט

יש לענות על שלוש שאלות מתוך הארבע.

מותר שימוש בכל חומר עזר.

אין צורך לרשום מחדש דברים שנרשמו כבר בספר, במחברת הכתה, בתרגילים או בפתרונותיהם.

כל התוצאות צריכות להיות מבוטאות באמצעות נתוני השאלה בלבד.

משך המבחן שלוש שעות.

1. נתונה מתכת בעלת צפיפות אלקטרוני הולכה ρ . דוחסים את המתכת בשיעור של $\Delta\rho$. הניחו כי

הטמפרטורה קרובה ל-0 K.

א. חשבו את הפוטנציאל הכימי של האלקטרונים לפני הדחיסה ואחריה. בטאו את הפרש

הפוטנציאלים הכימיים בגבול $\Delta\rho/\rho \ll 1$ כפונקציה לינארית של $\Delta\rho/\rho$. (9 נק)

ב. חשבו את הפרש הפוטנציאלים הכימיים של גז אידיאלי בלתי מנוון, העובר את אותה הדחיסה

בטמפרטורה T . בטאו גם אותו בגבול $\Delta\rho/\rho \ll 1$ כפונקציה לינארית של $\Delta\rho/\rho$. (9 נק)

ג. חשבו את היחס בין המקדמים שקיבלתם בסעיפים א' ו-ב' עבור $\rho = 8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$

ו- $T = 300 \text{ K}$. הסבירו במשפט אחד-שניים את התוצאה. (8 נק)

ד. צפיפות אלקטרוני ההולכה בנחושת היא $8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$. דוחסים גוש נחושת בשיעור של

$\Delta\rho/\rho = 0.1\%$. חשבו את המתח החשמלי הנוצר בינו לבין גוש שלא נדחס. (המתח החשמלי הוא

האנרגיה החופשית פר מטען הדרושה להעברת חלקיק מגוש לגוש). (7 נק)

2. נתון מצע בעל $M = 8$ אתרי קשירה, הנמצא במגע תרמי ודיפוזיבי עם תמיסה בטמפרטורה T

ופוטנציאל כימי $\mu = -10k_B T$. כל אתר יכול לקשור מולקולה אחת לכל היותר. כאשר מולקולה

נקשרת האנרגיה משתנה בשיעור $\varepsilon = -10k_B T$.

א. מה הממוצע וסטיית התקן של מספר המולקולות הקשורות? (10 נק)

ב. בהנחה שהתפלגות מספר המולקולות הקשורות היא גאוסית, חשבו את ההסתברות לכך שכל

שמונת אתרי הקשירה תפוסים. (10 נק)

ג. חשבו במדויק את ההסתברות לכך שכל שמונת אתרי הקשירה תפוסים. השוו לתוצאת סעיף ב'.

איזה חישוב מניב הסתברות גבוהה יותר? (13 נק)

3. נתונה מערכת שבה שלוש מולקולות **בלתי ניתנות להבחנה**. לכל מולקולה שתי קונפורמציות. הפרש האנרגיה בין הקונפורמציות הוא ε . המערכת נמצאת במגע תרמי עם סביבה בטמפרטורה T .

א. רשמו את כל מצבי המערכת והאנרגיות שלהם. (13 נק)

ב. חשבו את פונקציית החלוקה הקנונית. (10 נק)

ג. חשבו את ההסתברות שלמערכת תהיה אנרגיה של 2ε מעל מצב היסוד שלה. (10 נק)

4. נתון גז של אלקטרונים בנפח V וטמפרטורה 0 . האנרגיה של המצבים האלקטרוניים תלויה בתנע \vec{p} לפי הנוסחה:

$$\varepsilon_e(\vec{p}) = E_{\max} - \frac{1}{2m^*} p^2, \quad 0 < \varepsilon_e < E_{\max}$$

כאשר $|\vec{p}| = p$, ו- E_{\max} ו- m^* קבועים חיוביים.

האנרגיה הגבוהה ביותר המאוכלסת באלקטרונים היא E , כאשר $0 < E < E_{\max}$.

א. חשבו את מספר האלקטרונים במערכת. (שימו לב שמספר זה חייב כמובן להיות חיובי). (14 נק)

במקום לתאר את האלקטרונים, נתאר חלקיקים פרמיוניים בעלי ספין $1/2$ ("חורים"), שהאנרגיה

$$\varepsilon_h(\vec{p}) \equiv E_{\max} - \varepsilon_e$$

ב. מהו תחום האנרגיות המאוכלס ע"י "החורים"? (5 נק)

ג. חשבו את מספר "החורים" במערכת. השוו למספר האלקטרונים שחושב בסעיף א'. (14 נק)

בהצלחה!