

תרמודינמיקה סטטיסטית

תרגיל מס' 3: פלקטואציות וגז אידיאלי בלתי-מנוון

1. א. הוכיחו את הקשר הכללי הבא עבור המומנט ה- n -י של האנרגיה בצבר הקנוני:

$$\langle E^n \rangle = \frac{(-1)^n}{Z} \left(\frac{\partial^n Z}{\partial \beta^n} \right)_{V,N}$$

ב. הראו כי עבור גז אידיאלי מונואטומי בלתי-מנוון מתקיים:

$$\frac{\langle E^{n+1} \rangle}{\langle E^n \rangle} = \left(\frac{3}{2} N + n \right) k_B T$$

ג. מצאו את $\langle E^3 \rangle$ עבור גז אידיאלי מונואטומי בלתי-מנוון.

2. נתון גז אידיאלי מונואטומי בלתי מנוון, המכיל N אטומים בנפח V במגע עם אמבט חום בטמפרטורה T . הלחץ (הממוצע) של הגז ניתן ע"י משוואת המצב של גז אידיאלי. אנו מעוניינים לחשב את הפלקטואציה בלחץ.

א. זהו את המשתנה המיקרוסקופי, אשר הממוצע התרמודינמי שלו נותן את הלחץ. הדרכה: התחילו מהאנרגיה החופשית של הלמהולץ.

ב. חשבו את השונות של משתנה זה. הדרכה: הניחו שהגז נתון בתוך קופסא בצורת קוביה (הרי צורת הקופסא איננה מהותית!). החישוב נהיה פשוט, אם שמים לב שהאנרגיה של כל מצב מיקרוסקופי

תלויה בנפח דרך חוק חזקה, $E_\alpha \sim V^{-\delta}$, ולכן גזירה לפי V שקולה לכפל ב- $(-\delta/V)$.

ג. מהי הפלקטואציה היחסית, $\Delta p / p$, עבור אטום יחיד? כמה אטומים צריך הגז להכיל כדי

שהפלקטואציה היחסית בלחץ תהיה פרומיל (10^{-3})?