

תרמודינמיקה סטטיסטית

תרגיל מס' 2: חישובים בצבר הקנוני

1. נתונה מערכת של N חלקיקים, כל אחד בעל מומנט דיפול מגנטי m , תחת שדה מגנטי \vec{B} . האנרגיה של חלקיק j היא $\varepsilon_j = -\vec{m}_j \cdot \vec{B}$. החלקיקים הם בעלי ספין $1/2$, ולכן עם הפעלת \vec{B} המומנט של כל אחד מהם יכול להימצא או בכיוון השדה או בכיוון ההפוך. מכאן, שעבור כל אחד מהם $\varepsilon_j = \mp mB$. המערכת נמצאת במגע תרמי עם אמבט חום בטמפרטורה T .
- א. חשבו את $Z(T, N, B)$, פונקציית החלוקה הקנונית של המערכת.
- ב. חשבו את האנרגיה החופשית של הלמהולץ A , האנטרופיה S והאנרגיה הפנימית U . השוו את התוצאות שקיבלתם עבור S ו- U עם אלו שהתקבלו בצבר המיקרו-קנוני בתרגיל מס' 1.
- ג. חשבו את $N_\uparrow - N_\downarrow$, ההפרש בין המספר הממוצע של חלקיקים בעלי מומנט בכיוון השדה לבין המספר הממוצע של אלה בכיוון הפוך לשדה, כפונקציה של (T, N, B) . רשמו את המגנטיזציה הממוצעת של המערכת, $M(T, N, B) = m(N_\uparrow - N_\downarrow)$. השוו לתוצאות מתרגיל מס' 1.

ד. הראו כי מתקיים $M = -\left(\frac{\partial A}{\partial B}\right)_{T,N}$.

2. המודל של איינשטיין למוצק גבישי המורכב מ- N אטומים מניח, כי כל אטום קשור לששת שכניו בקפיצים זהים ובלתי-תלויים. סה"כ מכיל הגביש, אפוא, $6N/2 = 3N$ אוסצילטורים הרמוניים בלתי-תלויים בעלי תדירות ω .
- א. על בסיס החישוב שנעשה בכתה כתבו את $Z(T, V, N)$, פונקציית החלוקה הקנונית של גביש איינשטיין.

ב. חשבו את האנטרופיה S וממנה קבלו את קיבול החום בנפח קבוע, $C_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{V,N}$. השוו

לתוצאה שקיבלתם בתרגיל מס' 1.

3. נתונים N חלקיקים בלתי תלויים וניתנים להבחנה. לכל חלקיק המצבים האפשריים הבאים: מצב יסוד באנרגיה 0, שני מצבים מעוררים מנוונים באנרגיה ε_1 וארבעה מצבים מעוררים מנוונים באנרגיה ε_2 . המערכת נמצאת במגע עם סביבה בטמפרטורה T .
- א. חשבו את האנרגיה החופשית של הלמהולץ.
- ב. חשבו את האנטרופיה. מצאו את האנטרופיה בגבול של טמפרטורות נמוכות ובגבול של טמפרטורות גבוהות. הסבירו את התוצאות.
- ג. חשבו את קיבול החום.