

מבחן בקורס תרמודינמיקה סטטיסטית (351.3209)

פרופ' חיים דימנט

יש לענות על שלוש שאלות מתוך הארבע.

מותר שימוש בכל חומר עזר.

אין צורך לרשום מחדש דברים שנרשמו כבר בספר, במחברת הכתה, בתרגילים או בפתרונותיהם.

כל התוצאות צריכות להיות מבוטאות באמצעות נתוני השאלה בלבד.

משך המבחן שלוש שעות.

1. נתון גז של פרמיונים בעלי ספין s בנפח V . האנרגיה של המצבים החד-חלקיקיים תלויה בתנע \bar{p} לפי

$$\text{הנוסחה: } \varepsilon(\bar{p}) = A p^\alpha, \text{ כאשר } p = |\bar{p}|, \text{ ו- } A \text{ ו- } \alpha \text{ קבועים חיוביים.}$$

א. חשבו את פונקציית צפיפות המצבים, $D(\varepsilon)$. (10 נק)

ב. חשבו את אנרגיית פרמי, $\varepsilon_F(\rho)$, כפונקציה של צפיפות החלקיקים ρ . (10 נק)

ג. חשבו את האנרגיה הפנימית של הגז, U , בטמפרטורה 0 כפונקציה של מספר החלקיקים N

ואנרגיית פרמי. (13 נק)

2. גז אידיאלי קלאסי בעל N מולקולות נמצא בכלי סגור בעל שטח A וגובה H , כלומר נפח $V = AH$.

המערכת נמצאת במגע עם אמבט חום בטמפרטורה T . מסת המולקולה היא m . כוח הכבידה גורם

לצפיפות הגז להשתנות כפונקציה של הגובה y מתחתית הכלי, $0 \leq y \leq H$.

א. מצאו את צפיפות ההסתברות $P(y)$ למצוא מולקולה בגובה מסוים y , ואת פרופיל הצפיפות של

הגז, $\rho(y)$. שתי הפונקציות, $P(y)$ ו- $\rho(y)$, צריכות להיות מנורמלות כיאות. חשבו את השינוי

היחסי בצפיפות בין תחתית הכלי לבין קצהו העליון: $\Delta \hat{\rho}_1 = [\rho(0) - \rho(H)] / \bar{\rho}$, כאשר

$$\bar{\rho} = N / V \text{ היא הצפיפות הממוצעת בכלי. (12 נק)}$$

ב. נתייחס עתה לנפח חלקי בתוך הגז בהעדר כבידה. הוכיחו כי הפלקטואציה היחסית בצפיפות הגז

בנפח החלקי מקיימת: $\Delta \hat{\rho}_2 \equiv \sigma_\rho / \bar{\rho} = 1 / \sqrt{N'}$, כאשר σ_ρ היא סטיית התקן בצפיפות, ו- N'

הוא מספר המולקולות בנפח החלקי. (12 נק)

ג. חשבו את $\Delta \hat{\rho}_1$ עבור גז חנקן ($m = 28 \text{ amu}$) בתנאים סטנדרטיים בכלי שגובהו 1 cm. מהו הנפח

החלקי של גז זה, שבו מתקבל אותו הערך עבור $\Delta \hat{\rho}_2$? (9 נק)

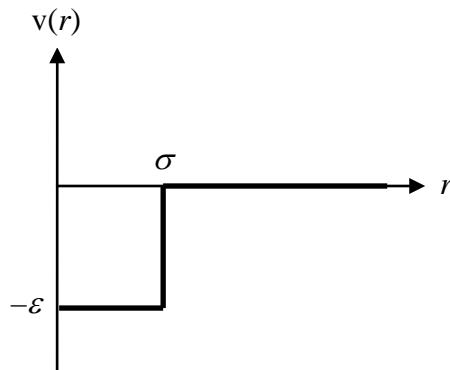
3. למולקולה יש שלוש קונפורמציות אפשריות. לשתיים מהן יש אותה האנרגיה, שהיא גבוהה בשיעור ε מן האנרגיה של הקונפורמציה השלישית.

א. באיזו טמפרטורה יהיו בממוצע 50% מן המולקולות בקונפורמציה בעלת האנרגיה הנמוכה? (9 נק)

ב. חשבו את תרומת הקונפורמציות לקיבול החום של מערכת המכילה N מולקולות כאלה בטמפרטורה T . קבלו ביטויים עבור התרומה לקיבול החום בגבול של טמפרטורות נמוכות וטמפרטורות גבוהות. שרטטו איכותית את התרומה לקיבול החום כפונקציה של T . (13 נק)

ג. חשבו את תרומת הקונפורמציות לפוטנציאל הכימי של המולקולות בטמפרטורה T . (11 נק)

4. נתון גז מונואטומי בעל N אטומים בנפח V ובטמפרטורה T . פוטנציאל האינטראקציה בין האטומים ניתן ע"י (ראו איור):



$$v(r) = \begin{cases} -\varepsilon, & 0 < r < \sigma \\ 0, & r > \sigma \end{cases}$$

א. חשבו את המקדם הויריאלי השני של הגז. (11 נק)

ב. במסגרת פיתוח ויריאלי מסדר שני, חשבו את הקומפרסיביליות האיזותרמית של הגז,

$$\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_{T,N} \quad (\text{עזר: קל יותר לחשב את מודול הדחיסה, } 1/\kappa_T) \quad (13 \text{ נק})$$

ג. מצאו את הטמפרטורה שבה הקומפרסיביליות מתבדרת. מהי לדעתכם משמעות תוצאה זו? נמקו תוך התייחסות לצורת הפוטנציאל הבין-אטומי. (9 נק)

בהצלחה!