

**מבחן בקורס תרמודינמיקה סטטיסטית (351.3209)**

פרופ' חיים דימנט

יש לענות על שלוש שאלות מתוך הארבע.

מותר שימוש בכל חומר עזר.

אין צורך לרשום מחדש דברים שנרשמו כבר בספר, במחברת הכתה, בתרגילים או בפתרונותיהם.

כל התוצאות צריכות להיות מבוטאות באמצעות נתוני השאלה בלבד.

משך המבחן שלוש שעות.

1. נתון גז אידיאלי של פרמיונים בעלי ספין  $1/2$  ומסה  $m$ , המוחזק בטמפרטורה  $T$ , נפח  $V$  ופוטנציאל כימי  $\mu$ .

א. כתבו ביטוי למספר הפרמיונים הממוצע,  $N$ , עבור  $T \rightarrow 0$ . (5 נק)

ב. חשבו את הפלקטואציה הריבועית הממוצעת (שונות) של מספר הפרמיונים,  $\langle (\Delta N)^2 \rangle$ , בגבול של

טמפרטורות נמוכות. בטאו את התוצאה באמצעות  $N, T$  ואנרגיית פרמי,  $\epsilon_F$ . (14 נק)

ג. כתבו ביטוי אינטגרלי מדויק ל-  $\langle (\Delta N)^2 \rangle$ . (14 נק)

2. מערכת מכילה  $M$  אתרים. כל אתר יכול להיות ריק או תפוס על-ידי חלקיק אחד. אכלוס האתרים אינו מערב כל אנרגיה. אלא אם כתוב זאת במפורש, אין להניח כי מספר האתרים ומספר החלקיקים הם בהכרח גדולים.

א. בהינתן כי במערכת יש  $N$  חלקיקים, חשבו את האנטרופיה  $S$ . (6 נק)

ב. בהינתן כי במערכת יש  $N$  חלקיקים והיא במגע תרמי עם אמבט חום בטמפרטורה  $T$ , חשבו את

פונקציית החלוקה הקנונית,  $Z_N$ . הראו כי האנרגיה החופשית של הלמהולץ מקיימת  $A = -TS$ . (8 נק)

ג. בנתוני סעיף ב' חשבו את הפוטנציאל הכימי של החלקיקים כפונקציה של הטמפרטורה ותפוסת

האתרים,  $\theta = N/M$ . כאן הניחו ש- $M$  ו- $N$  גדולים ושונים מאוד זה מזה. (9 נק)

ד. בהינתן כי המערכת במגע תרמי ודיפוזיבי עם אמבט חום וחלקיקים בטמפרטורה  $T$  ופוטנציאל

כימי  $\mu$ , חשבו את ההסתברות למצוא  $N$  חלקיקים במערכת. (10 נק)

3. חלקיק קלאסי בעל מסה  $m$  נע על גבי משטח דו-ממדי תחת הפוטנציאל:

$$V(r) = \begin{cases} \varepsilon \ln(r/a), & r > a \\ \infty, & r < a \end{cases}$$

המערכת נמצאת במגע תרמי עם אמבט בטמפרטורה  $T = (k_B \beta)^{-1}$ , ומתקיים  $\beta \varepsilon > 2$ .

א. חשבו את פונקציית החלוקה הקנונית. (11 נק)

ב. חשבו את האנרגיה הממוצעת. (11 נק)

ג. חשבו את המרחק הממוצע של החלקיק מן הראשית. באיזו טמפרטורה יפסיק החלקיק להיות קשור לראשית? (11 נק)

4. תערובת של גזים אידיאליים (בלתי-מנוונים) מכילה  $N_1$  אטומים מסוג 1, בעלי מסה  $m_1$ , ו- $N_2$

אטומים מסוג 2, בעלי מסה  $m_2$ . התערובת נמצאת בכלי בנפח  $V$  ובמגע תרמי עם אמבט חום בטמפרטורה  $T$ .

א. חשבו את פונקציית החלוקה הקנונית. (7 נק)

ב. חשבו את האנטרופיה. השוו במפורט את התוצאה עם הביטוי לאנטרופית הערבוב. (15 נק)

ג. חשבו את הפוטנציאלים הכימיים של שני רכיבי התערובת. (11 נק)

**בהצלחה!**