

## תרמודינמיקה סטטיסטית

### תרגיל מס' 7: גזים קוונטיים

1. א. הוכיחו כי בגבול  $T \rightarrow 0$  הלחץ של גז פרמיונים מקיים:  $p = \frac{2}{5} \frac{N}{V} \varepsilon_F$ .
- ב. חשבו את הלחץ האופייני (באטמוספירות) של גז אלקטרונים במתכת (צפיפות אלקטרונים של כ-  $0.1 \text{ \AA}^{-3}$ ).
2. עבור גז אלקטרונים דו-ממדי חשבו את הגדלים הבאים. (הדרכה: כדאי להתחיל מצפיפות המצבים במרחב התנע עבור גז אידיאלי דו-ממדי.)
- א. צפיפות המצבים
- ב. אנרגית פרמי
- ג. האנרגיה הפנימית בטמפרטורה 0.
3. נתון אוסצילטור הרמוני בעל תדירות  $\omega$  במגע עם אמבט חום בטמפרטורה  $T$ . ספקטרום האנרגיה שלו, כידוע, ניתן על-ידי  $E_n = \hbar\omega \left( n + \frac{1}{2} \right)$ . הבה נפרש את המספר הקוונטי  $n = 0, 1, 2, \dots$  כאכלוס של האוסצילטור בחלקיקים. מחד, על-פי הגדרה,  $U = \langle E \rangle = \hbar\omega \left( \langle n \rangle + \frac{1}{2} \right)$ . מאידך, חישבנו בעבר (פעמיים לפחות) את האנרגיה הפנימית של האוסצילטור,  $U(T)$ . השוו את שני הביטויים וקבעו מהו אופי החלקיקים, פרמיוני או בוזוני? מהו הפוטנציאל הכימי שלהם?
4. הנפח המולרי של  ${}^4\text{He}$  נוזלי הוא  $27.6 \text{ cm}^3/\text{mole}$ . לו היה נוזל זה גז בוזוני אידיאלי, מה היתה הטמפרטורה שבה היה עובר התעבות בוז-ה-איינשטיין? השוו את התוצאה לטמפרטורת המעבר של  ${}^4\text{He}$  למצב של על-נוזל,  $T_\lambda = 2.17 \text{ K}$  (נקודת הלמבדה).
5. א. הוכיחו את הקשר המדויק הבא עבור כל גז אידיאלי מונואטומי, בין אם הוא פרמיוני או בוזוני:

$$U = \frac{3}{2} pV$$

- הדרכה: התחילו מהביטוי הכללי עבור הלחץ והשתמשו באינטגרציה בחלקים.
- ב. בדקו את נכונותו של הקשר הזה עבור גז פרמיוני בטמפרטורה 0 (שאלה 1 לעיל).
- ג. בדקו את נכונותו של הקשר הזה עבור גז אידיאלי מונואטומי בלתי-מנוון (קלאסי).