

## תרמודינמיקה סטטיסטית

### תרגיל מס' 3

1. נתונים  $N$  חלקיקים בלתי תלויים וניתנים להבחנה. לכל חלקיק המצבים האפשריים הבאים: מצב יסוד באנרגיה 0, שני מצבים מעוררים מנוונים באנרגיה  $\varepsilon_1$  וארבעה מצבים מעוררים מנוונים באנרגיה  $\varepsilon_2$ . המערכת נמצאת במגע עם סביבה בטמפרטורה  $T$ .
- א. חשבו את האנרגיה החופשית של הלמהולץ.
- ב. חשבו את האנטרופיה. מצאו את האנטרופיה בגבול של טמפרטורות נמוכות ובגבול של טמפרטורות גבוהות. הסבירו את התוצאות.
- ג. חשבו את קיבול החום.

2. א. הוכיחו את הקשר הכללי הבא עבור המומנט ה- $n$ -י של האנרגיה בצבר הקנוני:

$$\langle E^n \rangle = \frac{(-1)^n}{Z} \left( \frac{\partial^n Z}{\partial \beta^n} \right)_{V,N}$$

- ב. הראו כי עבור גז אידיאלי מונואטומי בלתי-מנוון מתקיים:

$$\frac{\langle E^{n+1} \rangle}{\langle E^n \rangle} = \left( \frac{3}{2} N + n \right) k_B T$$

- ג. מצאו את  $\langle E^3 \rangle$  עבור גז אידיאלי מונואטומי בלתי-מנוון.

3. נתון גז אידיאלי מונואטומי בלתי מנוון, המכיל  $N$  אטומים בנפח  $V$  במגע עם אמבט חום בטמפרטורה  $T$ . הלחץ (הממוצע) של הגז ניתן ע"י משוואת המצב של גז אידיאלי. אנו מעוניינים לחשב את הפלקטואציה בלחץ.

א. זהו את המשתנה המיקרוסקופי, אשר הממוצע התרמודינמי שלו נותן את הלחץ. הדרכה: התחילו מהאנרגיה החופשית של הלמהולץ.

ב. חשבו את השונות של משתנה זה. הדרכה: הניחו שהגז נתון בתוך קופסא בצורת קוביה (הרי צורת הקופסא איננה מהותית!). החישוב נהיה פשוט, אם שמים לב שהאנרגיה של כל מצב מיקרוסקופי

תלויה בנפח דרך חוק חזקה,  $E_\alpha \sim V^{-\delta}$ , ולכן גזירה לפי  $V$  שקולה לכפל ב-  $(-\delta/V)$ .

ג. מהי הפלקטואציה היחסית,  $\Delta p / p$ , עבור אטום יחיד? כמה אטומים צריך הגז להכיל כדי

שהפלקטואציה היחסית בלחץ תהיה פרומיל ( $10^{-3}$ )?