תרמודינאמיקה – תרגיל מספר 1

נגזרת ודיפרנציאל

1. משוואת המצב של גז אידיאלי הנה: $PV = nRT$

כאשר: P – הלחץ, V – הנפח, n – מספר המולים, T – הטמפרטורה ו R - קבוע הגזים.

בהנחה שמספר המולים קבוע,

א. מהו הדיפרנציאל השלם של V כאשר n קבוע. (הנחייה: רשמו קודם את הפונקציה של V, ואז מצאו את הדיפרנציאל).

ב. מהו הדיפרנציאל השלם כאשר מתאפשר שינוי במספר המולים?

ג. השתמשו בהגדרת הנגזרת החלקית $$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0}\left[\frac{f(x+\Delta x, y) - f(x,y)}{\Delta x}\right]$$

בכדי להוכיח כי עבור פונקציה "טובה" מתקיים: $$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

רמז - צאו מן הקשר הבא:

2. משקולת בעלת מסה m תלויה על קפיץ וחופשית לנוע בכל הכיוונים (x, y, ו z). האנרגיה הפוטנציאלית שלה נתונה ע"י:

$$E = \tfrac{1}{2}k[(z-z_0)^2 + (y-y_0)^2 + (x-x_0)^2] + mgz$$

כאשר k הוא קבוע הקפיץ.

א. מהו הדיפרנציאל של האנרגיה?

ב. האם הוא שלם?

ג. הסבירו מדוע או לחילופין הסבירו מה המשמעות של כך.

3. משוואת הגזים של ואן דר-ואלס ניתנת ע"י השוויון $\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v-b) = RT$.

כאשר a ו b הינם קבועים, ו v ו T הם הפרמטרים החופשיים.

א. מהו הדיפרנציאל של P?

ב. האם הוא שלם?

4. נגזרות חלקיות וגדלים תרמודינמים:

א. הוכיחו, ע"י גזירה מפורשת, כי עבור גז אידיאלי $(PV=nRT)$ מתקיים הקשר הכללי שהוכח בכיתה (למספר מולים קבוע):

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1.$$

איתי לפן תמי זלוביץ' – אורנשטיין 405, טלפון: 03-6408902.
e-mail: tamizilo@gmail.com itaileve@post.tau.ac.il

ב. עבור גז ון-דר-וואלאס $\left(P+\frac{a}{v^2}\right)(v-b)=RT$ מהו $\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T$? (חשבו תחילה מהי הדרך הנוחה ביותר למצוא זאת.)

ג. רשמו את הדיפרנציאל השלם של הנפח (המצומצם) עבור גז ון-דר-וואלאס.

5. עבור הפונקציה : $Z(x_1,x_2)=2{x_1}^2x_2+x_1$, המשתנים x_1 ו- x_2 הינם פונקציות של y_1 ו- y_2 :
$x_1=3y_1y_2$ ו- $x_2=4y_1+y_2^2$. הראו שמתקיים כלל השרשרת :

$$\left(\frac{\partial z}{\partial y_1}\right)_{y_2}=\left(\frac{\partial z}{\partial x_1}\right)_{x_2}\left(\frac{\partial x_1}{\partial y_1}\right)_{y_2}+\left(\frac{\partial z}{\partial x_2}\right)_{x_1}\left(\frac{\partial x_2}{\partial y_1}\right)_{y_2}.$$

איתי לפן תמי זלוביץ' – אורנשטיין 405, טלפון : 03-6408902.
e-mail: tamizilo@gmail.com itaileve@post.tau.ac.il