25.11.2012

תרגול 6 – חזרה

שאלה 2:

נתון:

$$Q_{tot.}=0, V_{tot.}=const.,$$
$$n_{He}=2mole, n_{He^3}=1mole, T_{He}=293K, T_{He^3}=313K,$$
$$Z=1$$

צ"ל:

$a.\quad T_f=?$

$b.\quad P_{He}=P_{He^3}$

$.\quad \dfrac{V_{He}}{V_{tot.}}=?$

$c.\quad \Delta S=?$

$d.\quad \Delta H=?$

פתרון:

א.

$$P=\frac{n_{He}RT_{He}}{V_{He}}=\frac{n_{He^3}RT_{He^3}}{V_{He^3}}$$
$$\frac{V_{He}}{V_{He^3}}=\frac{n_{He}T_{He}}{n_{He^3}T_{He^3}}=\frac{2mole\cdot 293K}{1mole\cdot 313K}\approx 1.87$$
$$V_{tot.}=V_{He}+V_{He^3}\approx 1.87\cdot V_{He^3}+V_{He^3}=2.87\cdot V_{He^3}\Rightarrow V_{He^3}\approx 0.35\cdot V_{tot.}$$
$$V_{He}\approx\frac{1.87}{2.87}\cdot V_{tot.}\approx 0.65\cdot V_{tot.}$$

איתי לפן   תמי זלוביץ' – אורנשטיין 405,   טלפון: 03-6408902.
e-mail: tamizilo@gmail.com   itaileve@post.tau.ac.il

ב. היות והמערכת הכוללת מבודדת, ונפחה (הכולל) קבוע, אין חום ואין עבודה נכנסים אליה או יוצאים ממנה. משמעות הדבר שגם האנרגיה הפנימית הכוללת נשמרת:

$$dV_{tot.}=0\Rightarrow W_{tot.}=0$$
$$Q_{tot.}=0,W_{tot.}=0\Rightarrow \Delta U_{tot.}=0$$

היות והאנרגיה הפנימית של גז אידיאלי תלויה רק בטמפרטורה שלו (כשכמות הגז קבועה):

$$\begin{aligned}
&0=\Delta U_{tot.}=\Delta U_{He}+\Delta U_{He^3}\\
&0=\frac{3}{2}n_{He}R\Delta T_{He}+\frac{3}{2}n_{He^3}R\Delta T_{He^3}\\
&0=n_{He}\left(T_f-T_{He}\right)+n_{He^3}\left(T_f-T_{He^3}\right)\\
&T_f=\frac{n_{He}T_{He}+n_{He^3}T_{He^3}}{n_{He}+n_{He^3}}\\
&\quad=\frac{2mole\cdot 293K+1mole\cdot 313K}{2mole+1mole}=300K=27°C
\end{aligned}$$

ג. היות והאנטרופיה הינה פונקצית מצב, נוכל לחשבה בכל מסלול (הפיך) שנבחר. לדוגמה, נתייחס אל הבעיה באופן הבא: ראשית המחיצה מוליכה חום אך לא נעה או חדירה (שני הגזים באים במגע תרמי, ומשווים את הטמפרטורות שלהם), בשלב הבא המחיצה מוסרת לחלוטין, וכל אחד מהגזים נע למלא את נפח הכלי כולו (שלב זה איזותרמי). סך השינוי באנטרופיה בנוי מהשינוי בכל אחד משני השלבים, ועבור כל אחד מהגזים:

$$\Delta S_{tot.}=\Delta S_{tot.,heat/cool}+\Delta S_{tot.,\text{expand}}=\Delta S_{He,heat}+\Delta S_{He^3,cool}+\Delta S_{He,\text{expand}}+\Delta S_{He^3,\text{expand}}$$

$$\Delta S_{tot.,heat/cool}=\int\frac{dQ_V^{rev.}(He)}{T}+\int\frac{dQ_V^{rev.}\left(He^3\right)}{T}=\int_{T_{He}}^{T_f}\frac{C_V(He)dT}{T}+\int_{T_{He^3}}^{T_f}\frac{C_V\left(He^3\right)dT}{T}$$
$$=\frac{3}{2}n_{He}R\int_{T_{He}}^{T_f}\frac{dT}{T}+\frac{3}{2}n_{He^3}R\int_{T_{He^3}}^{T_f}\frac{dT}{T}=\frac{3}{2}Rn_{He}\ln\left(\frac{T_f}{T_{He}}\right)+\frac{3}{2}Rn_{He^3}\ln\left(\frac{T_f}{T_{He^3}}\right)$$

בשלב ההתפשטות האיזותרמית של הגזים:

$$\cancel{d}Q_T=dU-\cancel{d}W=-\cancel{d}W=+PdV$$

$$\Delta S_{tot.,\text{expand}}=\int_{V_{He}}^{V_{tot.}}\frac{P_{He}dV}{T_f}+\int_{V_{He^3}}^{V_{tot.}}\frac{P_{He^3}dV}{T_f}=\int_{V_{He}}^{V_{tot.}}\frac{n_{He}RdV}{V}+\int_{V_{He^3}}^{V_{tot.}}\frac{n_{He^3}RdV}{V}$$
$$=n_{He}R\ln\left(\frac{V_{tot.}}{V_{He}}\right)+n_{He^3}R\ln\left(\frac{V_{tot.}}{V_{He^3}}\right)$$

איתי לפן   תמי זלוביץ' – אורנשטיין 405,   טלפון: 03-6408902.
e-mail: tamizilo@gmail.com itaileve@post.tau.ac.il

$$\Delta S_{tot.} = 8.3145J / moleK \begin{Bmatrix} \frac{3}{2} 2mole \ln\left(\frac{300K}{293K}\right) + \frac{3}{2} 1mole \ln\left(\frac{300K}{313K}\right) \\ 2mole \ln(0.65) + 1mole \ln(0.35) \end{Bmatrix} = 16J / K > 0$$

(אל החלק האחרון לא ניתן להתיחס כערבוב בלבד מכיוון שהלחץ משני צידי המחיצה אינו שווה טרם הסרתה, אפילו לאחר שהטמפרטורה הושוותה.)

ד. מכיוון שמדובר בגזים אידיאליים:

$$\Delta H_{He} = \Delta U_{He} + \Delta(PV)_{He} = \Delta U_{He} + \Delta(nRT)_{He} = \frac{3}{2} n_{He} R \Delta T_{He} + n_{He} R \Delta T_{He}$$

$$\begin{aligned} \Delta H_{tot.} &= \Delta H_{He} + \Delta H_{He^3} = \frac{5}{2} n_{He} R \Delta T_{He} + \frac{5}{2} n_{He^3} R \Delta T_{He^3} \\ &= \frac{5}{2} R \left\{ n_{He} \Delta T_{He} + n_{He^3} \Delta T_{He^3} \right\} = \frac{5}{3} \Delta U_{tot.} = 0 \end{aligned}$$

איתי לפן   תמי זלוביץ' – אורנשטיין 405,   טלפון: 03-6408902.
e-mail: tamizilo@gmail.com   itaileve@post.tau.ac.il

25.11.2012

מועד א – 2011– שאלה 3

סעיף א

בשיווי משקל החדש, יהיה שוויון טמפרטורות ושוויון לחצים.

כלי A: $P_A = \frac{n_1 RT}{V_1} = \frac{RT}{V_1}$

כלי B: $P_B = \frac{(n_1+n_2)RT}{V_2} = \frac{2RT}{V_2}$

$$P_A = P_{AB} \Longrightarrow \frac{RT}{V_1} = \frac{2RT}{V_2} \Longrightarrow \frac{1}{V_1} = \frac{2}{V_2}$$

$$V_1 + V_2 = 2V \Longrightarrow V_1 + 2V_1 = 2V \Longrightarrow V_1 = \frac{2}{3}V, V_2 = 2\left(\frac{2}{3}V\right) = \frac{4}{3}V$$

סעיף ב

בתהליך איזותרמי הפיך, השינוי בטמפרטורה הוא אפס, ולכן, עבור גז אידיאלי, השינוי באנרגיה החופשית יהיה אפס.

בנוסף, הלחץ החיצוני והחץ הפנימי יהיו שווים בכל נקודה. ולכן:

$$\mathrm{dQ = dU - dW = -dW = -(-PdV) = PdV}$$

$$PV = nRT \Longrightarrow P = \frac{nRT}{V}$$

$$\Longrightarrow dS = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{PdV}{T} = \int \frac{nRT}{VT} dV = \int \frac{nR}{V} dV = nRln\frac{V2}{V1}$$

$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_{AB}$=$\Delta S_A + (\Delta S_A + \Delta S_B)$

$$\mathrm{d}S_A = n_A Rln\frac{V_f}{V_i} = n_A Rln\frac{\frac{2}{3}V}{V} = n_A Rln\frac{2}{3}$$

$$\mathrm{d}S_{AB} = n_A Rln\frac{V_f}{V_i} + n_B Rln\frac{V_f}{V_i} = n_A Rln\frac{\frac{4}{3}V}{V} + n_B Rln\frac{\frac{4}{3}V}{V} = n_A Rln\frac{4}{3} + n_B Rln\frac{4}{3}$$

$$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_{AB} = n_A \mathrm{Rln}\frac{2}{3} + \left(\mathrm{n_A Rln}\frac{4}{3} + \mathrm{n_B Rln}\frac{4}{3}\right) = 1.41[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}]$$

סעיף ד + סעיף ה – לא בחומר הנלמד (עדיין)

איתי לפן   תמי זלוביץ' – אורנשטיין 405,   טלפון: 03-6408902.
itaileve@post.tau.ac.il   e-mail: tamizilo@gmail.com

סעיף ו'

מצאנו בסעיף הקודם:

$$\Delta S = \mathrm{Rln}\frac{2}{3} + \left(\mathrm{Rln}\frac{4}{3} + \mathrm{Rln}\frac{4}{3}\right) = 1.41[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}]$$

$$dS = \int \frac{dQ_{rev}}{T} \Longrightarrow dQ_{rev} = \mathrm{dS} * \mathrm{T} = 1.41 * \mathrm{T} > 0$$

החום זורם מהסביבה אל תוך המערכת!

סעיף ז'

ושוב – הטמפרטורה קבועה, ולכן השינוי באנרגיה הפנימית הוא אפס.

$$\mathrm{dQ} = \mathrm{dU} - \mathrm{dW} = -\mathrm{dW} = -(-\mathrm{PdV}) = \mathrm{PdV}$$

$$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_{AB}$$

$$n_A = 2, n_B = 1$$

$$dS_A = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{PdV}{T} = \int \frac{nRT}{VT} dV = \int \frac{nR}{V} dV = n_A Rln\frac{V_f}{V_i} = 1Rln\frac{2V}{\left(\frac{2}{3}\right)V}$$

$$dS_{AB} = dS_A + dS_B = \int \frac{n_A R}{V} dV + \int \frac{n_B R}{V} dV = = n_A Rln\frac{V_f}{V_i} + n_B Rln\frac{V_f}{V_i} =$$

$$= 1Rln\frac{2V}{(4/3)V} + 1Rln\frac{2V}{(4/3)V}$$

$$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_{AB} = 1Rln\frac{2V}{\left(\frac{2}{3}\right)V} + 1Rln\frac{2V}{(4/3)V} + 1Rln\frac{2V}{(4/3)V} = 15.9[\frac{J}{K}]$$

סעיף ח'

מכיוון שהטמפרטורה קבועה, גם השינוי באנרגיה הפנימית יהיה שווה לאפס

מכיוון שאין גם שינוי בנפח הכולל של הכלי, סה"כ כל העבודה יהיה אפס. ולכן:

$$\Longrightarrow dU = dQ + dW$$

$$\mathrm{dU} = 0, \mathrm{dW} = 0 \Longrightarrow \mathrm{dQ} = 0$$

איתי לפן   תמי זלוביץ' – אורנשטיין 405,   טלפון: 03-6408902.
itaileve@post.tau.ac.il   e-mail: tamizilo@gmail.com

מועד א – 2012 – שאלה 2

סעיף א:

$$dW = -P_1(0 - V_1) - P_2(V_2 - 0) = P_1V_1 - P_2V_2$$

מפעילים על הכלי לחץ של P_1

ומפעילים על הכלי השני לחץ של P_2

התהליך הינו תהליך הפיך ומתרחש בלחץ קבוע!

חישוב האנרגיה הפנימית:

$$dQ = 0 \Longrightarrow dU = dW = P_1V_1 - P_2V_2$$

סעיף ב:

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV) = (P_1V_1 - P_2V_2) + (P_2V_2 - P_1V_1) = 0$$

סעיף ג: עבור גז אידיאלי

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV) = \frac{3}{2}nR\Delta T + nR\Delta T = \Delta T\left(\frac{3}{2}nR + nR\right) = 0 \Longrightarrow \Delta T = 0$$

סעיף ד:

לא ניתן לחשב את האנטרופיה במסלול הקים כי זהו תהליך בלתי הפיך.

ולכן נמצא מסלול אחר: איזותרמי הפיך, שבו כבר אין בידוד תרמי. ולכן נחשב את האנטרופיה עבור המסלול ההפיך – בטמפרטורה קבועה

בתהליך איזותרמי הפיך: $PV = nRT \Longrightarrow P = \frac{nRT}{V}$

$$P_2V_2 = P_1V_1 \Longrightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

מכיוון שהתהליך מתבצע בטמפרטורה קבועה:

$$dQ = dU - dW$$

$$dS = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{dU - dW}{T} = \int \frac{C_V dT + PdV}{T} = \int \frac{C_V dT}{T} + \int \frac{nRT}{VT} dV = \int \frac{C_V dT}{T} + \int \frac{nR}{V} dV =$$
$$= nRln\frac{Tf}{Ti} + nRln\frac{V2}{V1} = nRln\frac{P_1}{P_2}$$

איתי לפן   תמי זלוביץ' – אורנשטיין 405,   טלפון: 03-6408902.
e-mail: tamizilo@gmail.com itaileve@post.tau.ac.il

25.11.2012

מועד ב – 2012 – שאלה 3

סעיף א'

מכיוון שזה תהליך בטמפרטורה קבועה, בשני המקרים האנרגיה הפנימית שווה לאפס

סעיף ב'

$$dQ = dU - dW \Longrightarrow dQ = -dW = -(-PdV) = PdV$$

$$dQ = P_{ext}dV = \frac{nRT}{V}dV$$

בתהליך איזותרמי הפיך : $P_{ext} = P_{in} = \frac{nRT}{V}$

עבור המקרה הראשון:

$$\Delta S = \int_i^f \frac{dQ}{T} = \int_i^f \frac{nRT}{VT}dV = \int_{Vi}^{Vf} \frac{nR}{V}dV = n_1 Rln\left(\frac{Vf}{Vi}\right) = n_1 Rln\left(\frac{V1+V2}{V1}\right)$$
$$= n_1 Rln\left(1+\frac{V2}{V1}\right) = Rln\left(1+\frac{V2}{V1}\right)$$

עבור המקרה השני:

$$\Delta S_{tot} = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$\Delta S_1 = \int_i^f \frac{dQ}{T} = \int_i^f \frac{nRT}{VT}dV = \int_{Vi}^{Vf} \frac{nR}{V}dV = n_1 Rln\left(\frac{Vf}{Vi}\right) = n_1 Rln\left(\frac{V1+V2}{V1}\right)$$
$$= n_1 Rln\left(1+\frac{V2}{V1}\right) = Rln\left(1+\frac{V2}{V1}\right)$$

$$\Delta S_2 = \int_i^f \frac{dQ}{T} = \int_i^f \frac{nRT}{VT}dV = \int_{Vi}^{Vf} \frac{nR}{V}dV = n_1 Rln\left(\frac{Vf}{Vi}\right) = n_2 Rln\left(\frac{V1+V2}{V2}\right)$$
$$= n_2 Rln\left(1+\frac{V1}{V2}\right) = Rln\left(1+\frac{V1}{V2}\right)$$

$$\Delta S_{tot} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = ln\left(1+\frac{V2}{V1}\right) + Rln\left(1+\frac{V1}{V2}\right)$$

מסקנה: $\Delta S_{II} > \Delta S_I$

איתי לפן   תמי זלוביץ' – אורנשטיין 405,   טלפון: 03-6408902.
itaileve@post.tau.ac.il   e-mail: tamizilo@gmail.com

סעיף ג'

מכיוון שגם האנרגיה הפנימית שווה לאפס, וגם העבודה שווה לאפס, שינוי החום גם יהיה שווה לאפס. (בשני התהליכים)

$$\Delta U_{tot} = \Delta W_{tot} + \Delta Q_{tot}$$

$$\Delta U_{tot} = 0, \mathrm{dT{=}0}$$

$$\Delta W_{tot} = 0, dV = 0$$

$$\Longrightarrow \Delta Q_{tot} = 0$$

איתי לפן   תמי זלוביץ' – אורנשטיין 405,   טלפון: 03-6408902.
e-mail: tamizilo@gmail.com   itaileve@post.tau.ac.il