

מבחן בקורס תרמודינמיקה סטטיסטית (351.3209)

פרופ' חיים דימנט

יש לענות על שלוש שאלות מתוך הארבע.

מותר שימוש בכל חומר עזר.

אין צורך לרשום מחדש דברים שנרשמו כבר בספר, במחברת הכתה, בתרגילים או בפתרונותיהם.

כל התוצאות צריכות להיות מבוטאות באמצעות נתוני השאלה בלבד.

משך המבחן שלוש שעות.

1. נתונה מערכת בת שני מצבים חד-חלקיקיים בלבד, ולהם אנרגיות ϵ_1 ו- ϵ_2 . מאכלסים את המערכת

בפרמיונים זהים בטמפרטורה T ופוטנציאל כימי μ .

א. חשבו את פונקציית החלוקה הגרנד-קנונית. (6 נק)

ב. חשבו את מספר החלקיקים הממוצע. (9 נק)

ג. מצאו את הפוטנציאל הכימי, שעבורו יהיה מספר החלקיקים הממוצע שווה ל-1. (9 נק)

ד. חשבו את האכלוס הממוצע של הרמה ϵ_1 עבור הפוטנציאל הכימי של סעיף ג'. שרטטו באופן

איכותי את אכלוס זה כפונקציה של הפרש האנרגיה בין שתי הרמות, $\epsilon_2 - \epsilon_1$. (9 נק)

2. נתונה מתכת שבה צפיפות אלקטרוני הולכה ρ_1 . המתכת מוחזקת בטמפרטורה T .

א. כתבו ביטוי עבור הפוטנציאל הכימי של האלקטרונים במתכת כפונקציה של ρ_1 ומסת האלקטרון

m . הסבירו במשפט מדוע הקירוב שעשיתם תקף. (8 נק)

סמוך לפני המתכת נמצא גז של אלקטרונים חופשיים. האנרגיה של אלקטרון בעל תנע 0 בגז גדולה

מהאנרגיה של אלקטרון בעל תנע 0 במתכת בשיעור V_0 . הניחו שהגז דליל מאוד, כך שצפיפותו מקיימת

$\rho_2 \ll \lambda_T^{-3}$, כאשר λ_T הוא אורך הגל התרמי של האלקטרונים, וניתן להזניח אינטראקציות.

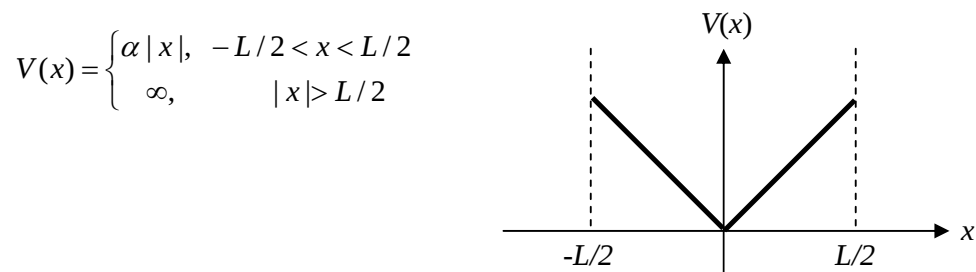
ב. כתבו ביטוי עבור הפוטנציאל הכימי של הגז, כאשר רמת היחוס היא האנרגיה של אלקטרון בעל

תנע 0 במתכת, כפונקציה של ρ_2, T, m ו- V_0 . (12 נק)

ג. הניחו כי האלקטרונים במתכת נמצאים במגע דיפוזיבי עם האלקטרונים בגז. חשבו את צפיפות

הגז, ρ_2 , כפונקציה של יתר נתוני הבעיה. (13 נק)

3. חלקיק קלאסי בעל מסה m נע על קו באורך L תחת הפוטנציאל :



המערכת נמצאת במגע תרמי עם אמבט בטמפרטורה $T = (k_B \beta)^{-1}$.

- א. חשבו את פונקציית החלוקה הקנונית. (11 נק)
- ב. חשבו את הלחץ שמפעיל החלקיק על הדפנות. (11 נק)
- ג. מה ההגדרה של טמפרטורה גבוהה ונמוכה במערכת זו? (כלומר, יחסית למה?)
חשבו את הלחץ בגבול של טמפרטורות גבוהות ובגבול של טמפרטורות נמוכות. הסבירו איכותית, בקצרה, את התוצאות בשני גבולות אלה. (11 נק)

4. נתון גז בוזונים בנפח V , המאופיין על-ידי צפיפות המצבים הבאה :

$$D(\varepsilon) = bV\varepsilon^\alpha$$

כאשר $b > 0$ ו- $\alpha > -1$ הם קבועים. הגז נמצא בטמפרטורה $T = (k_B \beta)^{-1}$ ופוטנציאל כימי μ .

- א. כתבו ביטוי אינטגרלי מדויק עבור הלחץ של הגז. (15 נק)
- ב. הוכיחו את הקשר המדויק הבא עבור האנרגיה הפנימית של הגז : (18 נק)

$$U = (\alpha + 1)pV$$

בהצלחה!