

תרמודינמיקה סטטיסטית

תרגיל מס' 6: גזים קוונטיים

1. א. הוכיחו כי בגבול $T \rightarrow 0$ הלחץ של גז פרמיונים מקיים: $p = \frac{2}{5} \frac{N}{V} \varepsilon_F$.
- ב. חשבו את הלחץ האופייני (באטמוספירות) של גז אלקטרונים במתכת (צפיפות אלקטרונים של כ- 0.1 \AA^{-3}).
2. עבור גז אלקטרונים דו-ממדי חשבו את הגדלים הבאים. (הדרכה: כדאי להתחיל מצפיפות המצבים במרחב התנע עבור גז אידיאלי דו-ממדי.)
- א. צפיפות המצבים
- ב. אנרגית פרמי
- ג. האנרגיה הפנימית בטמפרטורה 0.
3. נתון אוסצילטור הרמוני בעל תדירות ω במגע עם אמבט חום בטמפרטורה T . ספקטרום האנרגיה שלו, כידוע, ניתן על-ידי $E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right)$. הבה נפרש את המספר הקוונטי $n = 0, 1, 2, \dots$ כאכלוס של האוסצילטור בחלקיקים. מחד, על-פי הגדרה, $U = \langle E \rangle = \hbar\omega \left(\langle n \rangle + \frac{1}{2} \right)$. מאידך, חישבנו בעבר (פעמיים לפחות) את האנרגיה הפנימית של האוסצילטור, $U(T)$. השוו את שני הביטויים וקבעו מהו אופי החלקיקים, פרמיוני או בוזוני? מהו הפוטנציאל הכימי שלהם?
4. הנפח המולרי של ${}^4\text{He}$ נוזלי הוא $27.6 \text{ cm}^3/\text{mole}$. לו היה נוזל זה גז בוזוני אידיאלי, מה היתה הטמפרטורה שבה היה עובר התעבות בוז-ה-איינשטיין? השוו את התוצאה לטמפרטורת המעבר של ${}^4\text{He}$ למצב של על-נוזל, $T_\lambda = 2.17 \text{ K}$ (נקודת הלמבדה).
5. א. הוכיחו את הקשר המדויק הבא עבור כל גז אידיאלי מונואטומי, בין אם הוא פרמיוני או בוזוני:

$$U = \frac{3}{2} pV$$

- הדרכה: התחילו מהביטוי הכללי עבור הלחץ והשתמשו באינטגרציה בחלקים.
- ב. בדקו את נכונותו של הקשר הזה עבור גז פרמיוני בטמפרטורה 0 (שאלה 1 לעיל).
- ג. בדקו את נכונותו של הקשר הזה עבור גז אידיאלי מונואטומי בלתי-מנוון (קלאסי).