

תרמודינמיקה סטטיסטית

תרגיל מס' 5: צבר גרנד-קנוני

1. נתון משטח המכיל M אתרי ספיחה. המשטח נמצא בטמפרטורה T ובמגע עם גז (או תמיסה) של חלקיקים בעלי פוטנציאל כימי μ . כל אתר ספיחה יכול להימצא באחד משני מצבים: או ריק או מאוכלס בחלקיק אחד. אם הוא מאוכלס אזי לחלקיק יש אנרגיית ספיחה $(-\varepsilon)$.
 - א. חשבו את האכלוס הממוצע של אתר ספיחה יחיד (מתוך התפלגות גיבס).
 - ב. חשבו את האנרגיה הממוצעת של אתר ספיחה יחיד (כנ"ל).
 - ג. חשבו את פונקציית החלוקה הגרנד-קנונית של המשטח, $\Xi(T, M, \mu)$.
 - ד. חשבו את הפוטנציאל הגרנד-קנוני, $\Omega(T, M, \mu)$.
 - ה. חשבו את המספר הממוצע של חלקיקים ספוחים, $N(T, M, \mu)$. ממנו כתבו את דרגת הספיחה, $\Theta(T, \mu) = N / M$, כלומר, את אחוז האתרים התפוסים ע"י חלקיקים. השוו לאכלוס הממוצע מסעיף א'.
 - ו. חשבו את האנטרופיה, $S(T, M, \mu)$.
 - ז. הראו כי: $S(T, M, \Theta) = -k_B M [\Theta \ln \Theta + (1 - \Theta) \ln(1 - \Theta)]$. הסבירו את התוצאה.
 - ח. מתוצאות סעיפים ד'-ו' חשבו את האנרגיה הפנימית. השוו לתוצאת סעיף ב'. השוו גם לתוצאה הצפויה, $U = -N\varepsilon$.
 - ט. כעת הניחו כי האמבט עמו נמצא המשטח במגע הוא גז אידיאלי בעל צפיפות חלקיקים c . הראו כי:

$$\Theta(T, n) = \frac{c}{c + A}$$
 כאשר $A(T)$ הוא קבוע התלוי בטמפרטורה בלבד. תוצאה זו ידועה כאיזותרמת הספיחה של לנגמיר (Langmuir adsorption isotherm).