

מבחן בקורס תרמודינמיקה סטטיסטית (351.3209)

פרופ' חיים דימנט

יש לענות על שלוש שאלות מתוך הארבע.

מותר שימוש בכל חומר עזר.

אין צורך לרשום מחדש דברים שנרשמו כבר בספר, במחברת הכתה, בתרגילים או בפתרונותיהם.

כל התוצאות צריכות להיות מבוטאות באמצעות נתוני השאלה בלבד.

משך המבחן שלוש שעות.

1. נתון חלקיק בעל המצבים האפשריים הבאים: מצב יסוד באנרגיה 0, שני מצבים מעוררים מנוונים

באנרגיה ε_1 וארבעה מצבים מעוררים מנוונים באנרגיה ε_2 . החלקיק נמצא במגע עם סביבה

$$T = (k_B \beta)^{-1}$$

א. חשבו את האנרגיה החופשית של הלמהולץ. (10 נק)

ב. חשבו את האנטרופיה. מצאו את האנטרופיה בגבול של טמפרטורות נמוכות ובגבול של

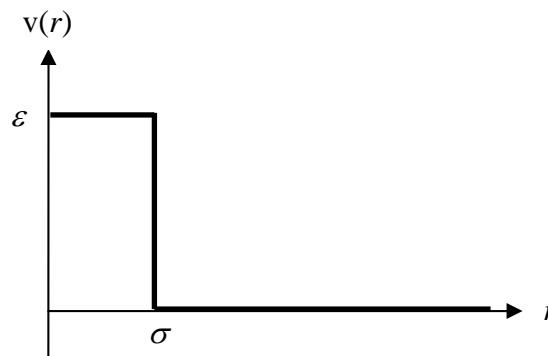
טמפרטורות גבוהות. הסבירו. (13 נק)

ג. חשבו את קיבול החום. (10 נק)

2. נתון גז מונואטומי בעל N אטומים בנפח V ובטמפרטורה T . פוטנציאל האינטראקציה בין האטומים

ניתן ע"י (ראו איור):

$$v(r) = \begin{cases} \varepsilon, & 0 < r \leq \sigma \\ 0, & r > \sigma \end{cases}$$



א. חשבו את המקדם הויריאלי השני של הגז. (13 נק)

ב. במסגרת פיתוח ויריאלי מסדר שני, חשבו את האנרגיה הפנימית של הגז. (10 נק)

ג. במסגרת אותו קירוב, חשבו את הפלקטואציה הריבועית (השונות) של האנרגיה הפנימית. (10 נק)

3. מולקולה ארוכה באורך L נמצאת בתמיסה בטמפרטורה T . המולקולה ארוכה דיה, והטמפרטורה גבוהה דיה, כך שאפשר להתייחס אל המולקולה כאל חוט קלאסי גמיש. קונפיגורציה מרחבית של המולקולה ניתנת על-ידי $\vec{R}(s) = [X(s), Y(s), Z(s)]$, כאשר $0 \leq s \leq L$. האנרגיה של הקונפיגורציה היא:

$$E = \frac{1}{2} b \int_0^L \left| \frac{d^2 \vec{R}}{ds^2} \right|^2 ds = \frac{1}{2} b \int_0^L \left[\left(\frac{d^2 X}{ds^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2 Y}{ds^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2 Z}{ds^2} \right)^2 \right] ds$$

כאשר b הוא מקדם הכיפוף (יחידות של אנרגיה כפול אורך). מפרקים כל קונפיגורציה למודים עצמיים

$$\vec{R}(s) = \sum_q \vec{R}_q e^{iqs}, \quad \text{כאשר } \vec{R}_q = (\tilde{X}_q, \tilde{Y}_q, \tilde{Z}_q).$$

א. הראו כי האנרגיה ניתנת לביטוי באמצעות המודים העצמיים כ-

$$E = \frac{1}{2} b L \sum_q q^4 |\vec{R}_q|^2 \quad (10 \text{ נק})$$

הדרכה: נא לא להסתבך בחישובים רבים ולהשתמש ישירות בזהות פרסוואל שניתנה בקורס,

$$\int_0^L |f(s)|^2 ds = L \sum_q |\tilde{f}_q|^2$$

ב. מצאו את האנרגיה הממוצעת של מוד בעל מספר גל q . (10 נק)

ג. חשבו את האמפליטודה הריבועית הממוצעת של מוד בעל מספר גל q , $\langle |\vec{R}_q|^2 \rangle$. (13 נק)

4. נתון גז אידיאלי חד-ממדי של פרמיונים בעלי ספין $1/2$ ומסה m , הנמצא בנפח (אורך) L , טמפרטורה T ופוטנציאל כימי μ . חשבו את הגדלים הבאים:

א. צפיפות המצבים. (4 נק)

ב. אנרגית פרמי. (6 נק)

ג. האנרגיה הפנימית בטמפרטורה $T = 0$. (10 נק)

ד. הלחץ בטמפרטורה $T = 0$. (13 נק)

בהצלחה!