

תרמודינאמיקה – פתרון תרגיל מספר 6

1. ניצולת (הקירור) מתקבלת ע"י

$$\eta = \frac{Q_c}{W} = \frac{T_c}{T_h - T_c} \approx \frac{293\text{K}}{15\text{K}} \approx 19.5$$

② במרחב זה צריך להראות שההפך הוא סבולט, כלומר $\Delta S \geq 0$

$$\Delta S = -C_p \ln \left(\frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} \right) > 0$$

$$\ln \left[\frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} \right]$$

כפי ש-Cp אכן תמיד, למ

$$1 < \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2}$$

צריך להראות חסר קטן

$$\frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} = \frac{T_1^2 + 2T_1 T_2 + T_2^2}{4T_1 T_2}$$

נוכח

$$= \frac{T_1^2 + 2T_1 T_2 + T_2^2 + 2T_1 T_2 - 2T_1 T_2}{4T_1 T_2} \quad \left(\begin{array}{l} \text{הוספנו והחסרנו} \\ 2T_1 T_2 \text{ פעם} \end{array} \right)$$

$$\frac{T_1^2 - 2T_1 T_2 + T_2^2 + 4T_1 T_2}{4T_1 T_2} = 1 + \frac{(T_1 - T_2)^2}{4T_1 T_2} > 1$$

↑ חסר

לכן סבב $\Delta S > 0$ והפך הוא סבולט.

③. כחצי מול של חמצן מתחמם:

$$PV = nRT$$

$$V_1 = \frac{nRT}{P} = \frac{1 \cdot 8.315 \cdot 298}{10^5} = 2.48 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

היחס הנמצא, בדיוק הסדר שני, לכן נלך לגובה התנאים

$$V_2 = 3V_1 = 7.43 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$PV = nRT$$

$$T = PV/nR = \frac{10^5 \cdot 7.43 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 8.315} = 894 \text{ K}$$

ע. נמצא את היחס בתנאי:

$$q = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT =$$

$$\int_{T_1}^{T_2} (25.98 + 32.99 \cdot 10^{-3} T + 30.46 \cdot 10^{-7} T^2) dT$$

$$= 25.98 (T_2 - T_1) + 32.99 \cdot 10^{-3} \left(\frac{T_2^2 - T_1^2}{2} \right) + 30.46 \cdot 10^{-7} \left(\frac{T_2^3 - T_1^3}{3} \right)$$

$$= 27.9 \text{ kJ}$$

$$T_2 = 894 \text{ K}, T_1 = 298 \text{ K}$$

$$W = -\int P dV = -P \int dV = -P(V_2 - V_1) \quad \text{ע. נמצא את העבודה}$$

$$= -10^5 (7.43 \cdot 10^{-2} - 2.48 \cdot 10^{-2}) = -4.95 \text{ kJ}$$

$$\Delta U = q + W = 27.9 - 4.95 = 22.95 \text{ kJ} \quad \text{ע. נמצא את האנרגיה הפנימית}$$

$$\Delta H = \Delta U + \Delta PV = \Delta U + P \Delta V + V \Delta P \quad \text{ע. נמצא את האנטלפיה}$$

$$= 22.95 + 4.95 = 27.9 \text{ kJ}$$

המטעם האנטלפיה של קבוצת חמצן מתחמם בתנאי אלו.
גיורג 25.

$\Delta U = 0$. כדור גזים אידיאלי מתפשט אדיאבטית.

$$\Delta U = W + Q$$

↓

$$W = -Q$$

$$W = - \int P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV \quad \text{למשל: קבוע}$$

נחשב עכשיו את W ו- Q עבור תהליך זה.

$$W = - \int P dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV = - RT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$V = \frac{RT}{P}$$

$$dV = - \frac{RT}{P^2} dP$$

$$W = - RT \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right) = - RT \ln(10)$$

$$Q = -W = RT \ln(10)$$

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{RT \ln(10)}{T} = R \ln(10) = 18.14 \text{ J/K}$$

$\Delta S_{\text{tot}} = 0$. כדור גזים אידיאלי מתפשט אדיאבטית.

נחשב עכשיו את ΔS עבור התהליך.

$$\Delta S_{\text{sur}} = \int \frac{dq_{\text{sur}}}{T} = \frac{1}{T} \int dq_{\text{sur}} = \frac{1}{T} \cdot q_{\text{sur}}$$

למשל: קבוע

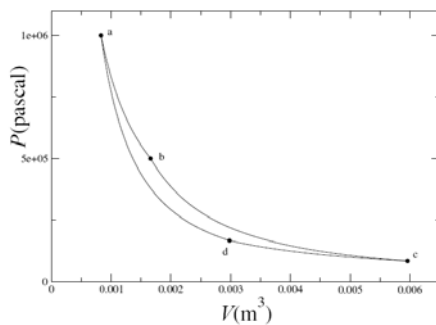
התהליך מתרחש בטמפרטורה קבועה.

$$q_{\text{sur}} = -q_{\text{sys}}$$

$$\Delta S_{\text{sur}} = \frac{-q_{\text{sys}}}{T} = - \frac{RT \ln(10)}{T} = - R \ln(10) = -18.14 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{sur}} = 0$$

אזכור:



א. בנקודה a אנו יודעים את p ו T ולכן נקבל את V ע"י

$$p_a = 10\text{bar} = 10 \cdot 10^5 \text{ pascal}, \quad V_a = \frac{nRT_H}{p_a} = \frac{0.2\text{mol} \cdot 8.315 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)} \cdot 500\text{K}}{10 \cdot 10^5 \text{ pascal}} = 8.31 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

בנקודה b הטמפרטורה עדיין שווה ל 500K , והגז הכפיל את נפחו כלומר:

$$V_b = 2V_a = 16.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad p_b = \frac{nRT_H}{V_b} = \frac{0.2\text{mol} \cdot 8.315 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)} \cdot 500\text{K}}{16.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3} = 5 \cdot 10^5 \text{ pascal}$$

בהתפשטות אדיאבטית, אנו יודעים כי $TV^{\gamma-1}$ קבוע ולכן

$$T_H V_b^{\gamma-1} = T_C V_c^{\gamma-1} \Rightarrow V_c = V_b \left(\frac{T_H}{T_C} \right)^{1/(\gamma-1)} = 16.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \left(\frac{500\text{K}}{300\text{K}} \right)^{2.5} = 59.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$p_c = \frac{nRT_C}{V_c} = \frac{0.2\text{mol} \cdot 8.315 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)} \cdot 300\text{K}}{59.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3} \approx 0.84 \cdot 10^5 \text{ pascal}$$

ואת הלחץ נקבל כרגיל ע"י

לבסוף, את הנפח ב d נקבל שוב מתנאי ההתפשטות האדיאבטית מ d ל a

$$V_d = V_a \left(\frac{T_H}{T_C} \right)^{1/(\gamma-1)} = 8.31 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \left(\frac{500\text{K}}{300\text{K}} \right)^{2.5} = 29.8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3,$$

$$p_d = \frac{nRT_C}{V_d} = \frac{0.2\text{mol} \cdot 8.315 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)} \cdot 300\text{K}}{29.8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3} \approx 1.67 \cdot 10^5 \text{ pascal}$$

ב. בהתפשטות האיזותרמית $\Delta U=0$.

$$W_{ab} = Q_H = nRT_H \ln \left(\frac{V_b}{V_a} \right) = 0.2\text{mol} \cdot 8.315 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)} \cdot 500\text{K} \cdot \ln(2) = 576\text{J}$$

$$W_{cd} = Q_C = nRT_C \ln \left(\frac{V_d}{V_c} \right) = 0.2\text{mol} \cdot 8.315 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)} \cdot 300\text{K} \cdot \ln(29.8/59.6) = -346\text{J}$$

בהתפשטות האדיאבטית $Q=0$.

$$W_{bc} = -\Delta U_{bc} = -nC_V(T_C - T_H) = 0.2\text{mol} \cdot 20.8\text{J/(mol} \cdot \text{K)}(300\text{K} - 500\text{K}) = 832\text{J}$$

$$W_{da} = -\Delta U_{da} = -nC_V(T_H - T_C) = -W_{bc} = -832\text{J}$$

$$W_{\text{total}} = 576\text{J} - 346\text{J} = 230\text{J}, \quad Q_{\text{total}} = W_{\text{total}} = 230\text{J}$$

לסיכום

ג. יעילות המעגל מתקבלת ע"י

$$(T_H - T_C)/T_H = (500\text{K} - 300\text{K})/500\text{K} = 0.4 = 40\%$$

6. א. נצילות המכונה ההפיכה :

$$\eta = 1 - \frac{4K}{20K} = 0.8$$

ב. כדי לקבל אותה נצילות ממכונה שטמפרטורת המאגר הקר שלה היא 300K :

$$0.8 = 1 - \frac{300K}{T_h}$$

$$T_h = \frac{300K}{1 - 0.8} = 1500K$$