16/11/2008

תרמודינאמיקה – פתרון תרגיל מספר3

1. מסלול I:

$$T-T_1=\frac{T_2-T_1}{P_2-P_1}(P-P_1)$$
$$T=\frac{T_2-T_1}{P_2-P_1}P+T_1-\frac{T_2-T_1}{P_2-P_1}P_1$$
$$a=\frac{T_2-T_1}{P_2-P_1}\quad ;\, b=T_1-\frac{T_2-T_1}{P_2-P_1}P_1$$
$$dT=adP$$
$$\bar{V}=\frac{RT}{P}$$
$$d\bar{V}=\frac{R}{P}dT-\frac{RT}{P^2}dP=\frac{R}{P}adP-\frac{R}{P^2}(aP+b)dP=-\frac{R}{P^2}bdP$$

כעת נחשב את העבודה:

$$w=-\int PdV=\int_{P_1}^{P_2}P\frac{R}{P^2}bdP=Rb\int_{P_1}^{P_2}\frac{dP}{P}=Rb\ln P\Big|_{P_1}^{P_2}=Rb\ln(\frac{P_2}{P_1})$$
$$w=R(T_1-\frac{T_2-T_1}{P_2-P_1}P_1)\ln(\frac{P_2}{P_1})$$

כעת נחשב את החום:

$$q=\Delta U-w$$
$$dU=\frac{3}{2}RdT$$
$$\Delta U=\int_{T_1}^{T_2}\frac{3}{2}RdT=\frac{3}{2}R(T_2-T_1)$$
$$q=\frac{3}{2}R(T_2-T_1)-R(T_1-\frac{T_2-T_1}{P_2-P_1}P_1)\ln(\frac{P_2}{P_1})$$

קלאודיה ורטש   אורלי קלטניק – אורנשטיין 206,   טלפון: 03-6407229.
e-mail: kletenik@post.tau.ac.il sztrumcl@post.tau.ac.il

מסלול II:

מסלול זה מורכב משני קטעים בקטע AC dT=0 ואילו בקטע CB dP=0 לכן נבצע את חישוב העבודה על כל קטע בנפרד ונחבר בינהם:

$$d\bar{V} = \frac{R}{P}dT - \frac{RT}{P^2}dP$$

$$w_{AC} = \int_{P_1}^{P_2} \frac{RT_1}{P}dP = RT_1 \ln(\frac{P_2}{P_1})$$

$$w_{CB} = -\int_{T_1}^{T_2} RdT = -R(T_2 - T_1)$$

$$w = w_{AC} + w_{CB} = RT_1 \ln(\frac{P_2}{P_1}) - R(T_2 - T_1)$$

כעת נחשב את החום:

$$q = \Delta U - w$$

$$dU = \frac{3}{2}RdT$$

$$\Delta U = \int_{T_1}^{T_2} \frac{3}{2}RdT = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1)$$

$$q = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) - RT_1 \ln(\frac{P_2}{P_1}) + R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}R(T_2 - T_1) - RT_1 \ln(\frac{P_2}{P_1})$$

2. את העבודה נקבל מהאינטגרל $W = -\int_{V_1}^{V_2} PdV$

לפי משוואת המצב בשאלה, P ניתן ע"י $P = \frac{RT}{(V/n + b - aT)}$, ולכן העבודה היא:

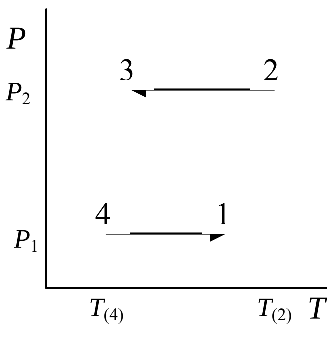
$$W = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{(V/n + b - aT)}dV = -RT\ln(V/n + b - aT)\Big|_{V_1}^{V_2} = -RT\ln\left(\frac{V_2/n + b - aT}{V_1/n + b - aT}\right)$$

3. מכיוון שעבור גז אידיאלי $T = PV/(nR)$

קל לקבל ש $T_{(4)} < T_{(1)} < T_{(2)}$ ו $T_{(4)} < T_{(3)} < T_{(2)}$ אך אין לנו מידע על היחס בין T(1) ל T(3)..

כמו כן המעבר ④←① והמעבר ②← ③ הינם איזובריים.

נצייר את מה שידוע לנו עד כה:

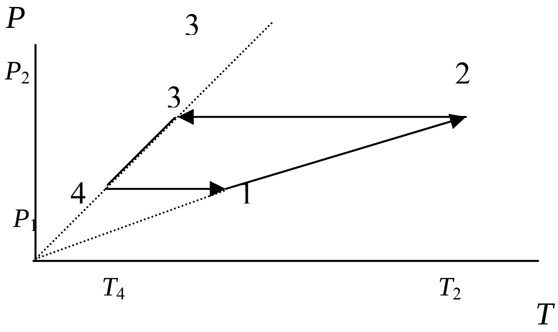


קלאודיה ורטש אורלי קלטניק – אורנשטיין 206, טלפון: 03-6407229.
e-mail: sztrumcl@post.tau.ac.ilkletenik@post.tau.ac.il

מכיוון שהמעברים ①←② ו ③←④ הם איזוכוריים (V קבוע) מתקבל ש P ליניארי ב T --

$P = nRT/V = cT$, קו זה עובר בראשית והשיפוע $\frac{dP}{dT} = \frac{nR}{V}$ של הישר 1←2 קטן מזה של הישר 3←4 (שכן V2 גדול מ V1)

שימו לב כי את היחס בין T(1) ל T(3). לא קבענו ולא נוכל לקבוע אותו ללא הערכים הספציפיים של P ו V.



4. כאשר מול נתרן מושם במים מתרחשת התגובה הכימית הבאה:

$$Na_{(s)} + H_2O_{(l)} \rightarrow 0.5H_{2(g)} + Na^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)}$$

עבור מול אחד של נתרן מתקבל חצי מול של גז מימן שהוא זה שמתפשט לאטמוספרה. התהליך מתרחש בלחץ חיצוני קבוע השווה ל- 1atm ולכן העבודה היא:

$$w = -\int_{V_1}^{V_2} P_{ext} dV = -P_{ext}(V_2 - V_1)$$

אנו יכולים להניח שהנפח ההתחלתי זניח לעומת הנפח הסופי ולכן עבור גז אידאלי:

$$w = -P_{ext}V_2 = -nRT = -\frac{1}{2} mole 8.314 \frac{J}{moleK} 298.15K = -1239J$$

5. בתהליך אדיאבטי המתרחש בגז אידאלי מתקיים:

$$\Delta U = w = -\int P_{ext} dV = C_V \Delta T$$

כאשר הלחץ מתפשט כנגד לחץ חיצוני קבוע :

$$C_V \Delta T = -P_{ext} \Delta V$$

$$C_V (T_2 - T_1) = -P_{ext}(V_2 - V_1)$$

$$\frac{3}{2} nR(T_2 - T_1) = P_{ext}\left(\frac{nRT_1}{P_1} - \frac{nRT_2}{P_2}\right)$$

$$T_2 = \frac{\frac{3}{2} + \frac{P_{ext}}{P_1}}{\frac{3}{2} + \frac{P_{ext}}{P_2}} T_1 = \frac{\frac{3}{2} + \frac{1atm}{10atm}}{\frac{3}{2} + \frac{1atm}{1atm}} 400K = \frac{1.6}{2.5} 400K = 256K$$

קלאודיה ורטש אורלי קלטניק – אורנשטיין 206, טלפון: 03-6407229.
e-mail: sztrumcl@post.tau.ac.il kletenik@post.tau.ac.il