

כימיה פיזיקלית 2 – תרגיל מספר 5

אוסילטור הרמוני

1. עבור אוסילטור הרמוני קוונטי, הוכיחו כי פונקצית הגל של המצב המעורר הראשון ופונקצית הגל של המצב המעורר השני מקיימות יחסי אורתונורמליות (כלומר הוכיחו כי הן מנורמלות בפני עצמן ואורתוגונליות האחת לרעותה).

2. מהם הערכים הממוצעים של האנרגיה הקינטית $\langle T \rangle$, והאנרגיה הפוטנציאלית $\langle V \rangle$ עבור מצב היסוד של אוסילטור הרמוני?

3. עבור אוסילטור הרמוני במצב עצמי $n=0$, מהו המקום המסתבר ביותר למצוא בו חלקיק? ומהם $\langle x \rangle$ ו $\langle x^2 \rangle$ עבור מצב זה?

4. נתונה פונקצית גל של חלקיק באוסילטור הרמוני $\Phi(x) = \Psi_0(x) + 2\Psi_2(x) + 2\Psi_3(x)$. פונקציה זו אינה מנורמלת.

א. נרמלו את הפונקציה.

ב. מהו הסיכוי להימצא במצב היסוד ומהו הסיכוי להמצא במצב המעורר הראשון?

ג. מהו ערך התצפית של האנרגיה?

ד. מה הסיכוי למדוד רמת אנרגיה הגבוהה מערך זה?

5. פונקצית הגל המנורמלת של אוסילטור הרמוני $\Psi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \Psi_n(x)$ היא קומבינציה לינארית של המצבים העצמיים $\Psi_n(x)$, (זהו מצב מעורב ולא מצב טהור).

א. מהי ההסתברות, P , למדוד אנרגיה הגבוהה מ $2\hbar\omega$? מהם התנאים לקבלת $P=0$?

ב. בהנחה כי רק C_0 ו C_1 שונים מ-0, ועבור $\langle H \rangle = \hbar\omega$, מהם C_0 ו C_1 ?

6. ההמילטוניאן של אוסילטור הרמוני תלת מימדי ניתן ע"י $\hat{H} = -\frac{1}{2} \frac{\hbar^2}{m} \nabla^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$. בדומה לחלקיק בקופסה 3D, ניתן להפריד את המשתנים בהמילטוניאן זה.

א. הפרידו את המשתנים, כלומר רשמו את ההמילטוניאן בצורה הבאה

$$\hat{H}(\vec{r}) = \hat{H}_x(x) + \hat{H}_y(y) + \hat{H}_z(z)$$

ב. מהן פונקציות הגל העצמיות להמילטוניאן זה (ולמעשה פורסות את המרחב)?

ג. כמה מספרים קוונטיים יכולים הפתרון?

ד. מהן רמות האנרגיה של אוסילטור תלת מימדי ומהי רמת היסוד?

ה. מהו הערך של רמת האנרגיה השניה ומהו הניון שלה?

כימיה פיזיקלית 2 - תרגיל כיתה מספר 5

1. אפקט המנהור באוסילטור הרמוני קוונטי

א. הוכיחו כי גבולות התחום המותר קלאסית עבור אוסילטור הרמוני קוונטי ניתנים ע"י

$$\text{הביטוי: } -\sqrt{(2n+1)} \leq \sqrt{\alpha} x \leq \sqrt{(2n+1)} \text{ , כאשר } \alpha = \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)$$

ב. חשבו את הסתברות החלקיק להימצא מחוץ לתחום האסור קלאסית עבור הרמות $n = 0, 1$.

$$(0.1116 : n=1 ; 0.1573 : n=0)$$

2. הוכיחו כי פונקצית הגל $\Psi_1 = \left(\frac{4\alpha^3}{\pi}\right)^{1/4} x e^{-\alpha x^2/2}$ עצמית להמילטוניאן של אוסילטור הרמוני

$$\text{קוונטי חד-ממדי. מהו הערך העצמי (אנרגית המצב) ? } (E_1 = \frac{3}{2} \hbar \omega)$$