

## כימיה פיזיקלית 2 – תרגיל מספר 2 אופרטורים ואורך גל דה-ברולי

### 1. אורך גל דה-ברולי

- חשבו את אורך גל דה-ברולי למערכות הבאות :
- כדור בעל משקל של 1gr הנורה במהירות של 300 מטר/שניה.
  - חלקיק בעל מסה של  $10^{-6}$ gr הנע במהירות  $10^{-6}$  מטר/שניה.
  - מולקולת  $C_{60}$  בעלת אנרגיה קינטית השווה ל-  $3/2 \cdot K_B T$  בטמפרטורה  $T=1000K$ .
  - אלקטרון הנע במהירות  $10^8$  מטר/שניה.
  - מולקולת  $H_2$  בעלת אנרגיה קינטית השווה ל-  $3/2 \cdot K_B T$  בטמפרטורה  $T=20K$ .
  - מצאו ב textbook או באינטרנט מהם אורכי הגל האופייניים של גלי רדיו, וקרנית גמא. מה מיוחד בהם?

### 2. אופרטורים

$$\hat{D} = \frac{d}{dx} + x$$

נתון האופרטור

- מהן הפונקציות העצמיות של האופרטור? רשמו את תשובתכם בעזרת הערכים העצמיים  $\lambda$ .
- רשמו מפורשות את האופרטור  $\hat{D}^2$ . (רמז: הפעילו אותו על פונקציה כלשהי  $F$ )

### 3. יחסי חילוף

- הוכיחו כי מתקיימים הקשרים הבאים עבור שלושה אופרטורים כלשהם  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$  :
- $[\hat{A}, \hat{B}] = -[\hat{B}, \hat{A}]$
  - $[\hat{A}, \hat{B}\hat{C}] = \hat{B}[\hat{A}, \hat{C}] + [\hat{A}, \hat{B}]\hat{C}$
  - $[\hat{A}, \hat{B} + \hat{C}] = [\hat{A}, \hat{B}] + [\hat{A}, \hat{C}]$
  - $(\hat{A} + \hat{B})(\hat{A} - \hat{B}) = \hat{A}^2 - \hat{B}^2$  אם ורק אם  $\hat{A}, \hat{B}$  חילופיים.
  - מהו יחס החילוף  $[\hat{D}, \hat{x}]$  כאשר  $\hat{D}$  הוא האופרטור משאלה 2.

### 4. ערכי תצפית

- ערך התצפית של אופרטור כלשהו ניתן ע"י הביטוי:  $\langle \hat{A} \rangle = \langle \Psi | \hat{A} | \Psi \rangle = \int \Psi^*(x) \hat{A} \Psi(x) dx$
- מהם ערכי התצפית  $\langle \hat{p}^2 \rangle, \langle \hat{p} \rangle, \langle \hat{x}^2 \rangle, \langle \hat{x} \rangle$  עבור פונקציה גל גאוסיינית  $\Psi(x) = \left(\frac{1}{\pi\sigma}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma}}$
  - מהן אי הודאויות בתנע ובמיקום? השתמשו בהגדרה הבאה:  $\Delta \hat{A} \equiv \sqrt{\langle \hat{A}^2 \rangle - \langle \hat{A} \rangle^2}$
  - איזה תנאי צריך לקיים  $\sigma$  ע"מ שעקרון אי הודאות יתקיים?  
הנחיה: העזרו בטבלאות אינטגרלים אם צריך. כמו כן פונקציה הגל מנורמלת, כלומר

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = \int \Psi^*(x) \Psi(x) dx = 1$$

## כימיה פיזיקלית 2 – תרגיל כיתה מספר 2

1. חשבו את אורך גל דה-ברולי של:

א. אצן 100 מ' השוקל 70 ק"ג. ( $9.47 \cdot 10^{-37} \text{ m}$ )

ב. אלקטרון אשר הואץ בהפרש פוטנציאלים של 100V. (0.1226nm)

2. אופרטור המיקום ניתן ע"י  $\hat{x}$  ואופרטור התנע המתאים הנו  $\hat{P}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ . חשבו את יחס החילוף

בין שני אופרטורים אלו. ( $i\hbar$ )

3. מהו ערך התצפית של אופרטור האנרגיה הקינטית של חלקיק בקופסא חד ממדית:  $\left( \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \right)$