

## כימיה פיזיקלית 2 – תרגיל מספר 4

### אוסילטור הרמוני

1. (20 נק') עבור אוסילטור הרמוני קוונטי, הוכיחו כי פונקציית הגל של מצב הייסוד ופונקציית הגל של המצב המעורר השני מקיימות יחסי אורתונורמליות (כלומר הוכיחו כי הן מנורמלות בפני עצמן ואורתוגונליות האחת לרעותה).

2. (20 נק') מהם הערכים הממוצעים של האנרגיה הקינטית  $\langle T \rangle$ , והאנרגיה הפוטנציאלית  $\langle V \rangle$  עבור מצב הייסוד של אוסילטור הרמוני?

3. (20 נק') עבור אוסילטור הרמוני במצב עצמי  $n=1$ , מהו המקום המסתבר ביותר למצוא בו חלקיק? ומהם  $\langle x \rangle$  ו  $\langle x^2 \rangle$  עבור מצב זה?

4. (20 נק') פונקציית הגל המנורמלת של אוסילטור הרמוני  $\Psi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \Psi_n(x)$  היא קומבינציה לינארית של המצבים העצמיים  $\Psi_n(x)$ , (זהו מצב מעורב ולא מצב טהור).

א. מהי ההסתברות,  $P$ , למדוד אנרגיה הגבוהה מ  $2\hbar\omega$ ? מהם התנאים לקבלת  $P=0$ ?

ב. בהנחה כי רק  $C_0$  ו  $C_1$  שונים מ-0, ועבור  $\langle H \rangle = \hbar\omega$ , מהם  $C_0$  ו  $C_1$ ?

5. (20 נק') ניתן להגדיר את פולינומי הרמיט באמצעות הפונקציה היוצרת באופן הבא:

$$H_n(z) = (-1)^n e^{z^2} \frac{d^n e^{-z^2}}{dz^n}$$

א. מצאו את פולינום הרמיט  $H_4$ .

ב. פולינומי הרמיט מקיימים את יחס הרקורסיה הבא:  $zH_n(z) = nH_{n-1}(z) + \frac{1}{2}H_{n+1}(z)$ . ודאו

את תשובתכם לסעיף א' בעזרת יחס זה.

ג. ניתן לרשום את פונקציות הגל העצמיות של אוסילטור הרמוני קוונטי חד-ממדי באופן הבא:

$\Psi_n(x) = (2^n n!)^{-1/2} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{1/4} e^{-\alpha x^2/2} H_n(\alpha^{1/2} x)$ . רשמו את פונקציית הגל  $\Psi_2$  והוכיחו כי היא

עצמית להמילטוניאן. מהו הערך העצמי (אנרגיית המצב)?

## כימיה פיזיקלית 2 - תרגיל כיתה מספר 4

### 1. אפקט המנהור באוסילטור הרמוני קוונטי

א. הוכיחו כי גבולות התחום המותר קלאסית עבור אוסילטור הרמוני קוונטי ניתנים ע"י

$$\text{הביטוי: } -\sqrt{(2n+1)} \leq \sqrt{\alpha}x \leq \sqrt{(2n+1)} \text{ , כאשר } \alpha = \left(\frac{2\pi\omega m}{\hbar}\right)$$

ב. חשבו את הסתברות החלקיק להימצא מחוץ לתחום האסור קלאסית עבור הרמות  $n = 0, 1$ .

$$(0.1116 : n=1 ; 0.1573 : n=0)$$

2. הוכיחו כי פונקצית הגל  $\Psi_1 = \left(\frac{4\alpha^3}{\pi}\right)^{1/4} x e^{-\alpha x^2/2}$  עצמית להמילטוניאן של אוסילטור הרמוני

קוונטי חד-ממדי. מהו הערך העצמי (אנרגית המצב) ?  $(E_1=1.5h\omega)$