

חקב"צ 2
פרופ' רפי חסין
משך הבחינה שעותיים
לכל השאלות משקל זהה

1. ההסתברות שמכונה תתקלקל לראשונה אחרי i ימים של פעולה היא p_i ($i = 1, 2, \dots$), $\sum_i p_i = 1$. אם מכונה מתקלקלת עלינו להחליף אותה בעלות c_2 . ניתן גם לבצע החלפה יזומה של מכונה תקינה ואז העלות היא c_1 ($c_1 < c_2$).
- לחשב מדיניות החלפה אופטימלית ל- N ימים כאשר ביום הראשון לרשותנו מכונה חדשה (הערה: שימו לב שההסתברויות הרלבנטיות לחישוב הן ההסתברויות מותנות בגיל המכונה).
2. נתון גרף לא מכון עם אורכים לקשתות שמקיימים את אי-שוויון המשולש. במחצית מהצמתים מצויים פריטים זולים שיש להעבירם למחצית הצמתים השנייה – פריט אחד לכל צומת. לרשותנו רכב אחד לביצוע ההעברות והוא מסוגל לשאת רק פריט אחד. כלומר הפתרון יכול נסיעה לצומת שיש בו פריט והעברה לצומת שעדיין אין בו פריט וכך הלאה עד שכל הפריטים יועברו ואז הרכב צריך לחזור לנקודת ההתחלה.
- להציע אלגוריתם פולינומי עם שגיאה חסומה לחישוב פתרון מקורב למסלול המעגלי הקצר ביותר לביצוע ההעברות.
 - לנמק את החסם על השגיאה (היחס בין אורך הפתרון ואורך הפתרון האופטימלי).
3. נתונים ג'ובים $m, \dots, 1$ שיש לבצע בסדר עולה של האינדקסים אבל לא חייבים לבצע את כולם (למשל, אפשר קודם לבצע את 1 אח"כ את 3 ואחריו את 4 וכו'). לג'וב i נתונים זמן עיבוד τ_i , זמן יעד לסיום העיבוד d_i , זמן מינימלי בו ניתן להתחיל לבצע אותו s_i , ורווח w_i לכל יחידת זמן של הקדמת סיום העיבוד ביחס לזמן היעד (למשל, אם זמן היעד 10 וסיימנו ב-8 הרווחנו $2w_i$). יש להחליט איזה מהג'ובים לבצע.
- לפתור בתכנות דינמי (לציין סיבוכיות, האם האלגוריתם פולינומי, תנאי התחלה ומה רוצים לחשב).
 - האם לדעתך ניתן ליישם במקרה זה את רעיון שינוי קנה המידה (scaling)? אין צורך לבצע אלא רק לדון אם זה אפשרי ואם כן על אילו נתונים היינו מפעילים שינוי קנה מידה.
4. קמעונאי קונה בכל בוקר מלאי בכמות y במחיר p ליחידה. לפני הצהרים הביקוש הוא משתנה מקרי רציף עם פונקציית צפיפות f_1 וכל יחידה נמכרת תמורת r_1 . אחר הצהרים הביקוש הוא משתנה מקרי עם פונקציית צפיפות f_2 ונמכר במחיר נמוך יותר r_2 ליחידה. השאריות בסוף היום נזרקות ללא עלות או רווח.
- לרשום ביטוי לתוחלת הרווח ולציין אם והיכן השתמשת בהנחה שהמחיר אחר הצהרים נמוך יותר.
 - איך ישתנה הביטוי אם על כל יחידה שנותרת בסוף היום מקבלים החר r_3 ($r_3 < r_2$)?
5. לקוחות מגיעים למערכת תורים לפי תהליך פואסוני עם פרמטר λ . השרות מורכב משני שלבים באורכים שמתפלגים מעריכית עם פרמטרים μ_1 ו- μ_2 . בהתאמה, לכל אחד משלבי השרות יש תור נפרד. לקוחות חדשים מצטרפים לתור לשלב השרות הראשון ואחרי שמסתיים השלב הזה הם עוברים לתור השני. יש שרת יחיד לשני השלבים. השרת משרת את התור הראשון עד שהוא מתרוקן ואז עובר לתור השני עד שהוא מתרוקן (בזמן הזה יכולים להגיע לקוחות חדשים ולהצטרף לתור הראשון) ואז השרת חוזר לראשון וכך זה נמשך. אם שני התורים ריקים השרת מחכה בתור הראשון עד שיגיע לקוח. עלות השהיה של לקוח במערכת היא C ליחידת זמן ועלות המעבר של השרת מהתור הראשון לשני היא S (בלי הפסד כלליות נניח שהיא כבר כוללת את עלות החזרה לתור הראשון).
- לתאר את מצבי המערכת.
 - בהנחה שההסתברויות למצבים חושבו, לכתוב נוסחה לעלות הממוצעת של המערכת ליחידת זמן.
 - נניח שערך השרות R ולקוחות מחליטים אם להגיע בלי לראות את מצב המערכת. להסביר איך לחשב את קצב ההגעה בשיווי משקל (מספיק הסבר מילולי בלי חישובים).