

הבחינה מחולקת לשנים:
משך כל חלק: שעה ורבע

חקב"צ 1

סמסטר א', מועד א' תשס"ט
תאריך הבחינה: 13.2.2009

חלק א'

פרופ' רפי חסין

ללא חומר עזר
אין לכתוב על הטופס

1. א מהו ניוון בתכנות לינארי, איך הוא נוצר באלגוריתם הסימפלקס, איך הוא נעלם ומדוע הוא מעניין?
ב לתאר אלגוריתם בסיבוכיות $O(n^2)$ לבעיית העץ הפורש המקסימלי. להוכיח את נכונות האלגוריתם (אפשר להשתמש במשפט מתאים שנלמד בשיעור)
(ניקוד חלקי ינתן על תאור והוכחה של אלגוריתם פחות יעיל לבעיה).
2. א בעיית תכנות לינארי כוללת בין השאר קבוצה של m אילוצי אישוויון שלכל היותר k מתוכם מותר להתקיים.
לתאר איך הדרישה תשולב בניסוח הבעיה.
נתון לוח מלבני ברוחב W ואורך L . יש לגזור מתוכו לוחות מלבניים. נתונים q סוגים של לוחות שיש להם ביקוש. לוח ברוחב W_i ($W_i < W$) ואורך L_i ($L_i < L$) נותן רווח C_i (אין "לסובב" לוח, כלומר הרוחב שלו חייב להיות מקביל לרוחב הלוח הגדול). ניתן לגזור לכל היותר לוח אחד מכל סוג $i = 1, \dots, q$.
- ב יש לנסח תוכנית לינארית (עם משתנים שלמים) לפתרון הבעיה. לשם כך נניח שהלוח הנתון מונח במישור כשהפינה השמאלית התחתונה שלו בראשית וצדדיו מקבילים לצירים, ונניח שכל הנתונים מספרים שלמים.
דרך אפשרית לפתרון (פתרונות אלטרנטיביים יתקבלו גם הם): ללוח i נגדיר (x_i, y_i) כנקודה בה נניח את הפינה השמאלית התחתונה שלו.
לכל זוג $i, j = 1, \dots, q$, $i \neq j$ ננסח אילוצים האומרים שמיקמנו את הלוחות i, j באופן שיש ביניהם חפיפה (יש נקודה פנימית לחיתוך שלהם) ובחרנו את שניהם לפתרון. נשתמש בחלק (א) כדי לדרוש שלפחות אחד מהאילוצים האלה לא יתקיים.
- ג להציע דרך לפתרון הבעיה אם ידוע ש $L_i = L$, $i = 1, \dots, q$.
- ד לשנות את ניסוח הבעיה למקרה שהמטרה היא למצוא לוח בעל הקף מינימלי שאפשר לגזור ממנו את כל q הלוחות המבוקשים.

הבחינה מחולקת לשנים:
משך כל חלק: שעה ורבע

חקב"צ 1

סמסטר א', מועד א' תשס"ט
תאריך הבחינה: 13.2.2009

חלק ב'

פרופ' רפי חסין

ללא חומר עזר
אין לכתוב על הטופס

3. אוזים וחמורים מגיעים למרפאה וטרינרית לפי תהליך פואסוני עם פרמטר λ . פרופורציית האוזים בין המבקרים היא p . לטיפול שני שלבים. השלב הראשון נמשך $\exp(\mu_1)$ לאוז ו- $\exp(\mu_2)$ לחמור והשלב השני $\exp(\mu)$ (התפלגות זהה לאוזים ולחמורים). יש מקום יחיד להמתנה. מי שמגיע כשמקום ההמתנה תפוס עוזב ולא שב.

א להגדיר את מצבי המערכת (להמנע מכפילות שאינה הכרחית בהגדרת המצבים), ולתאר דיאגרמת החיצים.

ב בהנחה שההסתברויות למצבים חושבו, לתת נוסחאות לחישוב תוחלת זמן ההמתנה ותוחלת סך זמן השהייה של אוז במערכת.

ג על ידי שימוש במשוואת חתך מתאימה, להוכיח שמתוך הזמן בו השרת עסוק, היחס בין הזמן שחדר ההמתנה תפוס לבין הזמן שאינו תפוס הוא לפחות λ/μ .

4. בחווה אקולוגית במרכז הארץ נוקטים בשיטות מדעיות להגדלת היבול תוך טיפוח המערכות האקולוגיות הטבעיות ושמירה על איכות הסביבה. בין השאר מיישמים בחווה את שיטת מחזור הזרעים על מנת לשמור על פוריות הקרקע. אורך המחזור שנבחר הוא 7 שנים ויש לבחור בכל שנה גידול אחד מתוך N אפשרויות. אם בשנה הנוכחית נבחר גידול j ובשנה הקודמת נבחר גידול i הרי שההסתברות שבשנה הנוכחית התנובה תהיה q היא $p(i,j,q)$. סך העלות הכרוכה בגידול j בשנה היא C_j (ללא תלות בתנובה) והרווח מכל יחידת תנובה הוא R_j . קיים אילוף שלפחות באחת השנים חייבים לגדל תירס. יש לחשב את מחזור הזרעים שביא לרווח ממוצע מקסימלי לשנה. (אחרי 7 שנים חוזרים על אותו סדר של הגידולים).
להציג פתרון לבעיה בעזרת תכנות דינמי. להגדיר את הפונקציה בה משתמשים, להציג תנאי התחלה ולציין מה מטרת החישוב.