

1. נתון גרף עם קיבולים על הקשתות. כל הקיבולים קבועים פרט לקיבול c של קשת נתונה e . נסמן ב- $f(c)$ את הזרימה המקסימלית בגרף (בין מקור ויעד נתונים) כפונקציה של קיבול הקשת e . יש לאפיין את הפונקציה $f(c)$ ולהסביר איך ניתן לחשב אותה באופן יעיל.
2. א. לנסח את משפט הופמן ולהוכיח בעזרתו את המשפט $\maxflow = \mincut$.
 ב. נתון גרף מכוון חסר מעגלים וקשיר עם מקור 1 ויעד n . יש למצוא את המספר המינימלי של מסלולים מ- 1 ל- n שמכסים את כל הקשתות (כל קשת שייכת לפחות למסלול אחד).
 ג. להראות שזאת בעיה של זרימה במחיר מינימלי.
 ד. להראות שמספר המסלולים הדרוש שווה לגודל המקסימלי של קבוצת קשתות שאף זוג מתוכה לא ניתן לכיסוי ע"י מסלול יחיד.
3. קבוצה $i, i=1, \dots, n$, צברה כבר w_i נקודות (נצחון מקנה נקודה), ונותרו לה $g(i, j)$ משחקים נגד קבוצה $j, j=1, \dots, n$ (כמובן $g(i, j) = g(j, i)$). האם יש לקבוצה 1 סיכוי לזכות באליפות (לצבור מספר מקסימלי של נקודות מבין הקבוצות, אולי בשיטתית עם קבוצה אחרת)? להראות שזאת בעיית זרימה ברשת עם גרף דו-צדדי שבו יש צומת לכל קבוצה וצומת לכל זוג קבוצות.
4. א. מהו חתך חיובי בהקשר של בעיית הזרימה במחיר מינימלי ומה הקשר שלו לשינוי בערך פונקציית המטרה הדואלית במהלך האלגוריתם?
 ב. לתאר דרך לחישוב סירקולציה אפשרית ברשת עם חסמים עליונים ותחתונים המוצאת חתך חיובי ביותר אם לא קיים פתרון אפשרי. אם התשובה לא ידועה לך יש להסתפק במציאת חתך חיובי כלשהו.
 ג. בהנחה שידוע הפתרון לסעיף הקודם - איך מחשבים בעזרת הרעיון של מגידו חתך חיובי עם ערך מקסימלי ממוצע לקשת (סופרים קשתות בשני הכוונים של החתך).
5. לפתור את בעיית ההשמה עם מטריצת המחירים הבאה. להתחיל את החישוב עם הזיווג $M = \{(1,5), (2,6)\}$ ובכל שלב לבנות עץ מתחלף עם השורש בצומת הפנוי בעל האינדקס המינימלי. השמות שמחירן לא מצוין אסורות.

	5	6	7	8
1	0	0	-	3
2	1	0	0	-
3	0	1	-	2
4	-	2	1	3

6. א. לתאר אלגוריתם $O(n^2)$ לחישוב עץ פורש מקסימלי.
 ב. יהי T עץ פורש מקסימלי.
 יהי P מסלול (היחיד) על העץ בין צמתים i ו- j יהי c אורך הקשת הקצרה ביותר על P .
 להוכיח שלא יתכן שיש בגרף מסלול בין i ו- j שכל הקשתות שבו ארוכות ממש c .