

בוחן חצי סמסטר – (22.5.2002 – יא' סיון תשס"ב)

משך הבוחן 90 דקות בדיוק. ניתן להשתמש בכל חומר עזר. יש לענות על כל השאלות (השאלות אינן שוות בערכן). יש לענות קצר ולעניין. בבוחן ניתן לצבור 100 מתוך 105 נקודות.

1. המשואה הדיפרנציאלית המתארת את התגובה לפיתול של מוט בעל חתך מעגלי בקוטר D (כפונקציה של המיקום לאורך המוט x) נתונה ע"י:

$$-\frac{d}{dx}\left(GJ\frac{d\Phi}{dx}\right) + c\Phi = t(x) \quad 0 < x < \ell$$

כאשר G הוא מודול הקשיחות, $J = \pi D^4 / 32$ הוא מומנט האינרציה הפולרי, $\Phi(x)$ היא זווית הסיבוב, $c(x) \geq 0$ הוא קבוע קפיץ פיתול ליחידת אורך, $t(x)$ הוא מומנט פיתול מפולג לאורך המוט, ואילו ℓ הוא אורך המוט. המומנט פיתול הפועל על חתך המוט בכל נקודה לאורך המוט הוא:

$$T = GJ \frac{d\Phi}{dx}$$

א. פתחי את הניסוח החלש עבור בעיית הפיתול הנ"ל והגדרי את הביטויים הדרושים הגדרה. 25 נק'

ב. אם בנקודה כלשהי $0 < x_0 < \ell$ מופעל על המוט מומנט פיתול מרכז T_0 , רשום/י את התרומה לעבודה הוירטואלית (ה-linear form) בשל הפיתול המרכז. 15 נק'

ג. עם תנאי השפה על קצוות המוט נתונים ע"י קפיץ פיתול, כלומר 15 נק'

$$T(\ell) = -k_\ell \Phi(\ell), \quad T(0) = -k_0 \Phi(0)$$

כאשר k מסמן את קבוע הקפיץ, רשום את ניסוח מינימום האנרגיה הפוטנציאלית למקרה זה עבור המוט בפיתול.

2. נתון מוט אלסטי בעל מודול אלסטיות E קבוע ושטח חתך A המשתנה באופן ליניארי לאורכו.

לאורך אלמנט k לדוגמה, בין x_k ל- x_{k+1} , שטח החתך משתנה בין A_k בנקודה x_k ל- A_{k+1} בנקודה x_{k+1} . על מוט זה מופעל כח מפולג $T(x) = A(x)\rho\omega^2 x$ (כח צנטריפוגלי) כאשר $A(x)$ הוא שטח החתך, ρ קבוע המצוין צפיפות ו- ω קבוע אחר המצוין מהירות סיבובית.

א. חשבי את האיבר בוקטור העומסים לאלמנט ה- k המתאים לפונקציית הצורה 25 נק'

$$N_4 = \frac{5}{2\sqrt{10}} \xi (\xi^2 - 1) \quad (\text{בטא התוצאה באמצעות הקבועים } A_{k+1}, A_k, x_{k+1}, x_k, \rho, \omega, \text{ ו-})$$

L_k אורך האלמנט).

ב. בהנחה שמודול יינג של המוט $E=1$, חשב את האיבר 5,5 במטריצת הקשיחות לאלמנט 25 נק'

הראשון שהקואורדינטות שלו הן $x_1 = 0$, $x_2 = 1.5$ ושטח החתך משתנה ליניארית מ-

$A_1 = 0.45$ בתחילת האלמנט ל- $A_2 = 0.3$ בסוף האלמנט.

בהצלחה!