

**תורת האינפורמציה הקוונטית**  
**ד"ר בני רזניק**

משך הבחינה: שלוש וחצי שעות.  
ענו על כל השאלות.  
חומר עזר מותר, פרט למחשבים וספרים.

(1)

מטריצת הצפיפות של שני ספינים נתונה על ידי

$$\rho_{1,2} = \frac{1}{4} [1 + a\sigma_z^1 + b\sigma_z^2 + c\sigma_z^1\sigma_z^2]$$

א. מה האילוצים על המקדמים  $a, b, c$  כדי ש  $\rho_{1,2}$  תתאר מטריצת צפיפות?

ב. מתי  $\rho_{1,2}$  מתארת מצב טהור. מה פונקציית הגל במקרה זה?

ג. אילו אופרטורים יש למדוד על מנת לקבוע מהם המקדמים הנ"ל?

ד. מה האנטרופיה הכוללת של שני הספינים, של ספין 1 בנפרד ושל ספין 2 בנפרד.

ה. מה האינפורמציה המשותפת בין הספינים?

ו. האם  $\rho_{1,2}$  שזור?

ז. עבור מצב מעורב כללי במרחב הילברט  $N$ -מימדי, מה המספר המינימלי של אופרטורים שצריך למדוד כדי לקבוע את מטריצת הצפיפות?

(2)

במעבדה A מכינים  $n$  ספינים במצב  $|\uparrow_z\rangle$  או  $|\uparrow_x\rangle$  בהסתברויות שוות, עבור מעבדה B.

א. בהינתן שבין המעבדות קיים ערוץ קוונטי ללא רעש, מה המספר המינימלי של **qubits** שצריך להעביר דרכו כדי להעביר סדרת מצבים באורך  $n$  בגבול  $n \rightarrow \infty$ ?

ב. בהינתן ש A ו B חולקים זוגות שזורים עם פונקציית גל  $|\psi_{1,2}\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}|\uparrow_1\downarrow_2\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|\downarrow_1\uparrow_2\rangle$

מה המספר המינימלי של מצבים מהסוג  $|\psi_{1,2}\rangle$  הדרוש כדי להעביר סדרה באורך  $n$ ,  $(n \rightarrow \infty)$ , מ A ל B (הפעם ללא שימוש בערוץ הקוונטי, אך קיים ערוץ קלאסי בין A ל B)

$$|\theta\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|\uparrow\rangle + \sin\frac{\theta}{2}|\downarrow\rangle$$

$$|0\rangle = |\uparrow\rangle$$

א. הצע מדידה מוכללת (povm) שלעיתים מצליחה להבחין בוודאות בין השני המצבים. מה ההסתברות המינימלית לכשלוך המדידה?

ב. אילו יכולנו ליצור מספר עותקים מהמצבים הנ"ל יכולת ההבחנה ביניהם הייתה משתפרת. הסבר מדוע הטונספורמציה

$$|\theta\rangle_1 \rightarrow |\theta\rangle_1 |\theta\rangle_2 |\theta\rangle_3$$

$$|0\rangle_1 \rightarrow |0\rangle_1 |0\rangle_2 |0\rangle_2$$

איננה אפשרית.

ג. הספין בא במגע עם סביבה כך שההתפתחות בזמן של המצב מתוארת על ידי המשוואה

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \lambda(\sigma_z \rho \sigma_z - \rho)$$

מצא את  $\rho(t)$  עבור שני המצבים. מה התוצאה כאשר  $t \rightarrow \infty$ ?

ד) אותה אינטראקציה של סביבה עם הספין כבסעיף קודם, אלא שהפעם המצב ההתחלתי של הספין הוא מצב EPR כשהספין השני אינו מושפע מהסביבה. מה המצב המשותף כפונקציה של הזמן, ומה המצב ב  $t \rightarrow \infty$  של שני הספינים.

**בהצלחה!!!**