

## תרגיל בית מספר 1

1. מכניסים גביש בצורת איקוסהדרון (icosahedron) בעל צלע באורך  $a_0$  לאמבט מים גדול. נתון כי לאחר רבע שעה מחצית ממסת הגביש התמוססה לתוך הנוזל. בהנחה כי צורת הגביש נשמרת קבועה וכי ההתמוססות אחידה, כלומר כי בכל רגע נתון קצב התמוססות המסה לתוך הנוזל פרופורציונלי לשטח הפנים הכולל של הגביש באותו רגע, תוך כמה דקות בסך הכל יעלם הגביש לחלוטין?

2. פתרו באמצעות הפרדת משתנים את בעיית תנאי ההתחלה  $\frac{dy}{dx} = 1 + x^2 + y^2 + x^2y^2$ ,  $y(0) = 1$ . העזרו באינטגרל  $\int \frac{dt}{1+t^2} = \tan^{-1}(t)$ .

3. נתון כי קצב הייצור של חומר  $A$  בתאים שבעליו של צמח מסוים הוא  $\alpha(t) [B]$ , כאשר  $[B]$  הוא הריכוז של חומר  $B$  ו- $\alpha(t) = \alpha_0 \sin\left(\frac{t-t_0}{24h}\right)$  הוא מקדם התלוי בחוזק אור השמש ובטמפרטורה, ולכן משתנה באופן מחזורי לאורך היום. בנוסף, במהלך היום הצמח משתמש בחומר  $A$  וממיר אותו לתוצרים אחרים בקצב  $\beta_0 \cos\left(\frac{t-t_0}{24h}\right) e^{-\frac{1}{2}\alpha_0\tau \cos\left(\frac{t-t_0}{24h}\right)}$ . לצמח יש מנגנון בקרה המוודא כי הריכוז של חומר  $B$  יהיה תמיד מחצית מהריכוז של חומר  $A$ .

(א) כתבו משוואה דיפרנציאלית עבור הריכוז של חומר  $A$  (לצורך נוחות, סמנו  $\tau \equiv 24h$ ).

(ב) אם נתון כי בזמן  $t_0$  הריכוז של חומר  $A$  הינו 50%, מה יהיה ריכוזו בכל זמן אחר?

4. פתרו את המשוואה  $xy' + y = 5x^4$ , עבור תנאי ההתחלה  $y(1) = 0$ .

5. פתרו את המשוואה  $y'' = \lambda^2 \left(\frac{3}{\lambda}y' - y\right)$  (כאשר  $\lambda > 0$ ), ומצאו את הקבועים אם נתונים תנאי השפה  $y(0) = 0$  ו- $y\left(\frac{1}{\lambda}\right) = 1$ .

6. נתונה קוביה מוטה בה יש סיכוי של 80% לגלגל 6. בנוסף, נתון כי ההסתברויות לגלגל כל תוצאה אחרת שוות ביניהן.

(א) מה היא ההסתברות לגלגל 3 או פחות מכך?

(ב) מה הם הממוצע וסטיית התקן של הערך שמתקבל בגלגול כלשהו?