ת.ז.: ________________ מס' מחברת: ______

מבחן במבוא לקומבינטוריקה ולתורת הגרפים

סמסטר ב' התשע"ד, מועד א'

תאריך: 20.6.2014

מרצה: פרופ' נוגה אלון

מתרגלת: גל קרוננברג

- משך הבחינה 3 שעות.
- אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבון.
- במבחן חמש שאלות, יש לענות על כולן.
- תשובות נכונות ומלאות על ארבע מהשאלות יזכו אותך ב־90 נקודות; תשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב־100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן. יש להקפיד ולרשום את מספר הסטודנט על טופס הבחינה.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".

בהצלחה!

1	
2	
3	
4	
5	

ת.ז.: ________________ מס' מחברת: ______

שאלה 1

מהו מספר הפתרונות למשוואה: $x_1+x_2+x_3+x_4=6\cdot\frac{10^{100}-1}{9}$, כאשר כל x_i הוא מספר טבעי בעל 100 ספרות עשרוניות, כשכל ספרה כזו היא 1 או 2?

הערה מצאו תחילה את הצגתו העשרונית של המספר באגף ימין.

תשובה:

הוכחה:

שאלה 2

יהא $n \geq 3$ מספר שלם. מהו מספר הפונקציות החח"ע ועל, $f:[n]\to[n]$ עבורן $f(i)\neq i$ לכל i, וכן $f(1)=2$, $f(2)=3$?

תשובה:

הוכחה:

שאלה 3

נתונות $A_1, A_2, \ldots, A_{13} \subset [10]$, כאשר $|A_i| = 6$ לכל i. הראו שקיימים $1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq 13$ כך ש $|A_{j_1} \cap A_{j_2} \cap A_{j_3}| \geq 3$.

הוכחה:

שאלה 4

(א) יהא $f\left(n\right)$ מספר האפשרויות לכתוב את n כסכום מספרים שלמים חיוביים אי־זוגיים שכל אחד מהם קטן מ־10, כאשר אין חשיבות לסדר.

לדוגמא: עבור $n=6$ נקבל כי $f\left(6\right)=4$, כי ניתן לכתוב את 6 באופן הבא: $1+1+1+1+1+1=6$, $1+5=6$, $3+3=6$, $1+1+1+3=6$.

כתבו פונקציה יוצרת לסדרה $\{f\left(n\right)\}_{n=0}^{\infty}$.

תשובה:

הוכחה:

(ב) יהא $g\left(n\right)$ מספר האפשרויות לכתוב את n כסכום מספרים שלמים חיוביים <u>שונים</u> שכל אחד מהם קטן מ־10, כאשר אין חשיבות לסדר.

לדוגמא: עבור $n=6$ נקבל כי $g\left(6\right)=4$, כי ניתן לכתוב את 6 באופן הבא: $6=1+2+3$, $6=5+1$, $6=2+4$, $6=6$.

כתבו פונקציה יוצרת לסדרה $\left\{g\left(n\right)\right\}_{n=0}^{\infty}$.

תשובה:

הוכחה:

שאלה 5

יהא G גרף ונניח שלכל תת גרף של G, $G' = (V', E')$, $G' \subset G$, מתקיים כי $|E'| \leq 2|V'|$. הראו שניתן לכוון את קשתות G כך שכל דרגת יציאה תהיה לכל היותר 2.

תשובה:

הוכחה:

מסגרת "חירום" לשאלה מספר ______:

מסגרת "חירום" לשאלה מספר ______: