מבוא לתורת המצב המוצק

פתרון תרגיל מס' 6

.1

א. בקירוב הקשר החזק, $\varepsilon(\vec{k}) = -\alpha - \gamma \sum_{<nn>} e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}$

ועבור שריג sc :
$$\varepsilon(\vec{k}) = -\alpha - \gamma\left(e^{ik_x a} + e^{-ik_x a} + e^{ik_y a} + e^{-ik_y a} + e^{ik_z a} + e^{-ik_z a}\right)$$
$$= -\alpha - 2\gamma\left(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a\right)$$

ב. בגבול $|\vec{k}| << 1/a$:
$$\varepsilon(\vec{k}) \approx -\alpha - 2\gamma\left[3 - \frac{a^2}{2}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)\right] = -\alpha - 6\gamma + \gamma a^2 k^2$$

כלומר פס האנרגיה פרבולי ב- k ואינו תלוי בכיוונו.

ג. בקצה איזור ברילואין, למשל עבור $\vec{k} = (\frac{\pi}{a}, k_y, k_z)$, מקבלים :
$$(\nabla_{\vec{k}}\varepsilon)_x = \frac{\partial \varepsilon}{\partial k_x} = 2\gamma a \sin(k_x a) = 2\gamma a \sin\pi = 0$$

ובדומה עבור יתר רכיבי המהירות ויתר דפנות איזור ברילואין. מהירות החבורה מתאפסת אפוא עבור $\vec{k}$ הניצב לדפנות איזור ברילואין, והמצבים העצמיים השייכים ל- $\vec{k}$ כאלה הם פונקציות גל עומדות.

.2

א. בכתה קיבלנו :
$$\mu - \frac{E_c}{2} = \frac{3}{4}k_B T \ln\frac{m_h^*}{m_e^*}$$

לכן ב- $T = 0$ רמת פרמי תהיה בדיוק באמצע הפער, וב- $T = 300\text{K}$ במרחק של $\frac{3}{4}(0.025\text{ eV})\ln 5 \approx 0.03\text{ eV}$ מעל אמצע הפער. מרחק זה קטן בהרבה מהפער כולו (1 eV). כלומר μ הוא בקירוב טוב באמצע הפער גם בטמפרטורת החדר, וההנחה $|\mu - \varepsilon| >> k_B T$ מוצדקת.

ב. במוליך-למחצה אינטרינזי :
$$n = p = 2\left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}\left(m_e^* m_h^*\right)^{3/4} e^{-E_c/(2k_B T)}$$

הצבת הערכים הנתונים נותנת ב- $T = 300\text{K}$ צפיפות של $3.5\times10^{11}\text{ cm}^{-3}$ וב- $T = 600\text{K}$ צפיפות של $1.5\times10^{16}\text{ cm}^{-3}$. כלומר יש תלות חזקה (מעריכית) בטמפרטורה. שימו לב, עם זאת, שגם בטמפרטורה גבוהה יחסית, צפיפות נושאי המטען נמוכה משמעותית מזו של מוליך טוב – $\sim10^{22}\text{ cm}^{-3}$.