דינמיקה של האטמוספירה (נילי הרניק) – שעורי בית 2: מועד הגשה: ה-4 בדצמבר 2013

1. **ערבוליות פוטנציאלית במודל מים רדודים:**

הניחו שכבת מים (נוזל אי-דחיס) בעלת צפיפות אחידה ρ_0 וטמפרטורה אחידה (נוזל ברוטרופי). הניחו קרקע שטוחה בגובה z=0 ופני מים משתנים הנמצאים בגובה z=h(x,y,t) .
א. הניחו מאזן הידרוסטטי וכתבו ביטוי ללחץ בעומק p(z) כפונקציה של גובה פני המים. כתבו ביטוי לכוח גרדיאנט הלחץ האופקי, והראו שהוא פרופורציוני לגרדיאנט האופקי של h.
ב. שימו לב כי במודל זה כוח גרדיאנט הלחץ אינו תלוי בגובה z. לכן אם נתחיל בזרימה אופקית שאינה תלויה עם הגובה, היא תישאר כך, כלומר u=u(x,y,t), v=v(x,y,t). כתבו את משוואות התנע האופקיות עבור מערכת זו.
ג. נפתח עתה את משוואת הרציפות. הראו כי על ידי אינטגרציה אנכית מ z=0 ל-z=h של משוואת הרציפות עבור נוזל בעל צפיפות קבוע, מקבלים:

$$\frac{\partial h}{\partial t}=-\frac{\partial (hu)}{\partial x}-\frac{\partial (hv)}{\partial y} \quad \text{או} \quad \frac{d_H h}{dt}\equiv\frac{\partial h}{\partial t}+u\frac{\partial h}{\partial x}+v\frac{\partial h}{\partial y}=-h\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

שימו לב כי למרות שהמהירויות האופקיות אינן תלויות ב-z אין זה אומר שאין תנועה אנכית- התנועה האנכית מתחייבת העצם זה שגובה פני המים משתנים: $w=\frac{d_H h}{dt}$

ד. פתחו עתה את משוואת הערבוליות על ידיד גזירה של משוואות התנע האופקיות:

$\frac{d_H (f+\zeta)}{dt}=(f+\zeta)\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)$ וקבלו ממנה, על ידי שימוש במשוואת הרציפות את משוואת הערבוליות הפוטנציאלית עבור מודל מים רדודים: $\frac{d_H}{dt}\left(\frac{(f+\zeta)}{h}\right)$.

2. **הקירוב הקואזי גיאוסטרופי במודל מים רדודים:**

ענו על השאלה הבאה מהספר של ואליס. שאלה זו תהיי קלה יותר אחרי שיעור הבא בו נלמד לינאריזציה:

5.3 Consider the flat-bottomed shallow water potential vorticity equation in the form

$$\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}\frac{\zeta+f}{h}=0 \tag{P5.1}$$

(a) Suppose that deviations of the height field are small compared to the mean height field, and that the Rossby number is small (so $|\zeta|\ll f$). Further consider flow on a β-plane such that $f=f_0+\beta y$ where $|\beta y|\ll f_0$. Show that the evolution equation becomes

$$\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}\left(\zeta+\beta y-\frac{f_0\eta}{H}\right)=0 \tag{P5.2}$$

where $h=H+\eta$ and $|\eta|\ll H$. Using geostrophic balance in the form $f_0 u=-g\partial\eta/\partial y$, $f_0 v=g\partial\eta/\partial x$, obtain an expression for ζ in terms of η.

(b) Linearize (P5.2) about a state of rest, and show that the resulting system supports two-dimensional Rossby waves that are similar to those of the usual two-dimensional barotropic system. Discuss the limits in which the wavelength is much shorter or much longer than the deformation radius.

(c) Linearize (P5.2) about a *geostrophically balanced state* that is translating uniformly eastwards. Note that this means that:

$$u=U+u' \qquad \eta=\eta(y)+\eta' \tag{P5.3}$$

where $\eta(y)$ is in geostrophic balance with U. Obtain an expression for the form of $\eta(y)$.

(d) Obtain the dispersion relation for Rossby waves in this system. Show that their speed is different from that obtained by adding a constant U to the speed of Rossby waves in part (b), and discuss why this should be so. (That is, why is the problem not *Galilean invariant?*)

3. **חישוב רוח גיאוסטרופית ואגיאוסטרופית משדה גיאופוטנציאל נצפה באמצעות מטלאב (לקוח מהולטון):**

התכנית geowinds_2.m מייצרת גרפים של שדה הגיאופוטנציאל הנצפה עבור 500מיליבר מעל צפון אמריקה ב-10 בנובמבר 1998, לצד הרוחות שנצפו באותו זמן. התכנה מייצרת גרף פעם של חיצי הרוח ופעם של עוצמת הרוח. התכנה משתמשת בסכימה freezeColors.m (כדי להבין מדוע נסו להריץ התכנה בלי שורה זו- על ידי הוספת % לפניה). כמו כן התכנית קוראת שלושה קבצי נתונים geop500mb98111000.txt, urel500mb98111000.txt, vrel500mb98111000.txt

עקבו אחר ההוראות המפורטות בקובץ המטלאב- עליכם יהיה לחשב באמצעות סכימת הפרשים סופיים, את הרוח הגיאוסטרופית, את הערבוליות היחסית, הערבוליות היחסית הגיאוסטרופית, וההפרש בין שתי שדות העירבוליות (הערבוליות האגיאוסטרופית). צרו גרפים של שדות אלו, על גבי שדה הגיאופוטנציאל.

נסו להסביר את שדה הסטיות מזרימה גיאוסטרופית- מדוע הסטיות הכי גדולות במקומות האלו דוקא. רמז- היזכרו באנאליזת הסקאלות של משוואות התנע האופקציות- מתי ניתן להזניח את איברי האדבקציה לעומת איבר קוריאוליס?

4. **אינברסיה של שדה ערבוליות לקבלת פונקציית זרימה במקרה הברוטרופי: שאלת מאטלב מהולטון** :

הריצו את התכניות vorticity_demo.m - היא מחשבת את פונקציית הזרימה עבור מקור ערבוליות נקודתי (point vortex) על ידי שימוש בטרנספורם פורייה מאחר ואופרטור ה-del squared מאד פשוט במישור התדר. התכנית vorticity_1.m מסתמכת על אותה שיטה (מקודדת בסכימה stream.m) ומחשבת את פונקציית הזרימה עבור שדה עירבוליות שונה. כמו כן היו מחשבת את הערבוליות מחדש מפונקציית הזרימה על ידי סכימה הפרשים סופיים, משווה גרפית בין הערבוליות הנתונה וזו המחושבת וכן יוצרת גרף של השגיאה. בצעו את ההנחיות הבאות לפי הולטון:

M4.1. Section 4.5.2 showed that for nondivergent horizontal motion, the flow field can be represented by a *streamfunction* $\psi(x, y)$, and the vorticity is then given by $\zeta = \partial^2\psi/\partial x^2 + \partial^2\psi/\partial y^2 \equiv \nabla^2\psi$. Thus, if the vorticity is represented by a single sinusoidal wave distribution in both x and y, the streamfunction has the same spatial distribution as the vorticity and the opposite sign, as can be verified easily from the fact that the second derivative of a sine is proportional to minus the same sine function. An example is shown in the MATLAB script **vorticity_1.m**. However, when the vorticity pattern is localized in space, the space scales of the streamfunction and vorticity are much different. This latter situation is illustrated in the MATLAB script **vorticity_demo.m**, which shows the streamfunction corresponding to a point source of vorticity at $(x, y) = (0, 0)$. For this problem you must modify the code in **vorticity_1.m** by specifying

$\zeta(x, y) = \exp\left[-b\left(x^2 + y^2\right)\right]$ where b is a constant. Run the model for several values of b from $b = 1 \times 10^{-4}\ \mathrm{km}^{-2}$ to $4 \times 10^{-7}\ \mathrm{km}^{-2}$. Show in a table or line plot the dependence of the ratio of the horizontal scales on which vorticity and the streamfunction decay to one-half of their maximum values as a function of the parameter b. Note that for geostrophic motions (with constant Coriolis parameter), the streamfunction defined here is proportional to geopotential height. What can you conclude from this exercise about the information content of a 500-hPa height map versus that of a map of the 500-hPa vorticity field?