

**דינמיקה של האטמוספירה (נילי הרניק) – שעורי בית 1:** מועד הגשה: ה-6 בנובמבר 2013

1. **ערבוליות וסירקולציה במקרים פשוטים:** חשבו את הערבוליות ואת הסירקולציה עבור שני שדות הזרימה הבאים, המתוארים בקואורדינטות פולאריות, כאשר בכל המקרים המהירות היא משיקית בלבד ( $v_r=v_z=0$ ). חשבו שדות אלו בכל המרחב (כלומר כפונקציה של  $(r, \theta, z)$ ). שרטטו סכמתית את שדות הזרימה ואת מסלולי האינטגרציה של הסירקולציה. זכרו שבקואורדינטות פולאריות אופרטור הקרל הוא:

$$\nabla \times \vec{A} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

הוא:  $d\vec{l} = dr\hat{r} + r d\theta\hat{\theta} + dz\hat{z}$

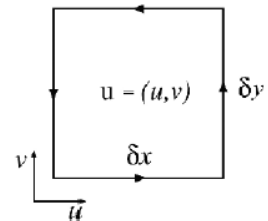
א.  $v_\theta = \Omega r$  כאשר  $\Omega$  קבוע

ב.  $v_\theta = \frac{K}{r}$  כאשר  $K$  קבוע

תארו את המאפיינים העיקריים של הערבוליות והסירקולציה ודונו בקשר ביניהם. שתי שדות הזרימה מייצגים סוגים מסוימים ומוכרים של זרימה- נסו לזהות וציינו את השם.

2. **הקשר בין ערבוליות וסירקולציה:**

א. חשבו את הסירקולציה- אינטגרל קווי של המהירות  $\vec{v}$  - סביב חבילת נוזל מלבנית כמתואר בציור והראו שהסירקולציה של החבילה חלקי השטח שלה שווים לרכיב האנכי הממוצע של הערבוליות  $\zeta$ . רמז: השתמשו בפיתוח טיילור עבור שדות המהירות.



ב. הראו שאם חבילת אויר מסתובבת כגוף קשיח, אזי הערבוליות הממוצעת שלה שווה לפעמיים המהירות הזוויתית של הסיבוב. לשם כך הניחו חלקיק נוזל מעגלי עם ציר הסיבוב במרכז.

3. **פיתוח משוואת הערבוליות הוקטורית:** 
$$\frac{\partial \vec{\omega}_a}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{\omega}_a = (\vec{\omega}_a \cdot \nabla) \vec{v} - \vec{\omega}_a \nabla \cdot \vec{v} + \frac{\nabla \rho \times \nabla p}{\rho^2}$$

כאשר  $\vec{\omega}_a = \vec{\omega} + 2\vec{\Omega}$  היא הערבוליות הכוללת, המורכבת מהערבוליות היחסית  $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v}$  ומערבוליות כדור הארץ  $2\vec{\Omega}$ . התחילו ממשוואת התנע הוקטורית, והפעילו אופרטור הקרל על שני צידי המשוואה, לאחר מניפולציה של איבר האדבקציה כמו שעשינו בכיתה. הניחו שהחיכוך זניח. השתמשו בזהויות הוקטוריות הבאות:

- $\nabla \times (\vec{a} \times \vec{b}) = (\vec{b} \cdot \nabla) \vec{a} - (\vec{a} \cdot \nabla) \vec{b} + \vec{a} \cdot (\nabla \cdot \vec{b}) - \vec{b} \cdot (\nabla \cdot \vec{a})$
- $(\vec{a} \cdot \nabla) \vec{b} = \nabla \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b}) - \vec{a} \times (\nabla \times \vec{b}) - \vec{b} \times (\nabla \times \vec{a}) - (\vec{b} \cdot \nabla) \vec{a}$

$$(\vec{a} \cdot \nabla) \vec{a} = \frac{1}{2} \nabla \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b}) - \vec{a} \times (\nabla \times \vec{a})$$

4. **פיתוח הרכיב האנכי של משוואת הערבוליות בקואורדינטות קרטזיות:**

התחילו ממשוואת התנע האופקיות והגיעו על ידי גזירה מתאימה וחסור ביניהן למשוואה עבור

הערבוליות האנכית:  $\vec{\omega}_a \cdot \hat{k} \equiv \zeta_a = \zeta + f = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + f$  קבצו את האיברים השונים יחד לאיבר

אדבקציה, איבר דיברגנץ, איבר הטייה (tilting) והאיבר הסולנואידי. אל תשכחו שהרכיב האנכי של ערבוליות כדור הארץ הוא פונקציה של  $y$ :  $f=f(y)$