

# 3. אינטגרל של פונקציה אנליטית

1. פולינום  $a_i \in \mathbb{C}$ ,  $P(z) = a_0 + a_1 z + \dots + a_n z^n$

$P$  היא פונקציה אנליטית ב- $\mathbb{C}$ .

2. פונקציה רציונלית  $f(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}$  כאשר  $P, Q$  פולינומים

$f$  היא פונקציה אנליטית ב- $\{z \in \mathbb{C} : Q(z) \neq 0\}$

הגדרה: פונקציה אנליטית ב- $\mathbb{C}$  היא פונקציה אנליטית ב- $\mathbb{C}$  (entire function).  
פונקציה אנליטית ב- $\mathbb{C}$  היא פונקציה אנליטית ב- $\mathbb{C}$ .

3. הפונקציה  $f(z) = e^z$ .

$$e^z = e^x \cdot e^{iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

כאשר  $z = x + iy$

נכתוב  $f = u + iv$  : פונקציה אנליטית ב- $\mathbb{C}$

$$u(x, y) = e^x \cos y, \quad v(x, y) = e^x \sin y$$

$$\partial_x u = e^x \cos y, \quad \partial_y u = -e^x \sin y$$

$$\partial_x v = e^x \sin y, \quad \partial_y v = e^x \cos y$$

$u, v$  מקיימים את תנאי קושי-רימן  $\Leftrightarrow f = u + iv$  היא פונקציה אנליטית ב- $\mathbb{C}$  (על-מרחב  $C^\infty$ ).



